

Lucrarea Nr. 2. Metoda curenților de contur și a potențialelor nodale în analiza circuitelor electrice**1. Chestiuni de studiat:**

- 1.1 Determinarea curenților independenți ai unui circuit electric
- 1.2 Determinarea potențialelor nodurilor
- 1.3 Rezolvarea analitică și verificarea numerică a circuitelor selectate
- 1.4 Declararea și simularea în EWB a circuitelor analizate.

2. Metoda curenților de contur (independenți)

Metoda curenților de contur (independenți) este o analiză în curent ce se bazează pe aplicarea teoremei II Kirchoff. Această metodă conduce la rezolvarea unui sistem de ecuații egal cu numărul buclelor independente ale unui circuit electric.

Metoda de rezolvare implică înlocuirea variabilelor reale (curenții din laturi) cu variabilele independente (curenții de buclă, independenți sau de contur). Analiza circuitelor prin curenții de contur presupune o descompunere topologică a circuitelor complicate în circuite simple numite bucle din a căror reunire se reconstituie circuitul inițial. Sistemul matriceal al ecuațiilor curenților de contur conduce la rezolvarea a “b” ecuații de ochiuri de forma:

$$\begin{cases} Z_{1,1} \cdot i_{m,1} + Z_{1,2} \cdot i_{m,2} + \dots + Z_{1,o} \cdot i_{m,o} = \sum_{j \in (1)} e_j \\ Z_{2,1} \cdot i_{m,1} + Z_{2,2} \cdot i_{m,2} + \dots + Z_{2,o} \cdot i_{m,o} = \sum_{j \in (2)} e_j \\ \vdots \\ Z_{o,1} \cdot i_{m,1} + Z_{o,2} \cdot i_{m,2} + \dots + Z_{o,o} \cdot i_{m,o} = \sum_{j \in (o)} e_j \end{cases}$$

unde: - $Z_{1,1}$ - suma operatorilor de impedanță întâlniți la parcurgerea ochiului 1;

- $\sum_{j \in (1)} e_j$ - suma algebrică a tem a surselor întâlnite la parcurgerea ochiului 1;

- $Z_{1,2}$ - suma operatorilor de impedanță ai laturilor ce aparțin atât ochiului 1 cât și ochiului 2. Semnul operatorului poate fi pozitiv sau negativ, după cum curenții de contur parcurg latura comună ochiurilor, în același sens sau în sensuri opuse.

2.1 Analiza circuitelor prin curenți de contur

În scrierea directă a ecuațiilor de ochiuri intervin căderile de tensiune pe elementele de circuit și t.e.m. ale surselor, motiv pentru care sursele de curent trebuie transformate în surse de tensiune. În curent continuu, operatorii de impedanță ai laturilor sunt liniari și conțin numai rezistențe $z_j=R_j$ Circuitul obținut (figura 1a) conține 3 laturi și două noduri. Asociind sensuri de trecere a curenților prin laturile circuitului, se poate trasa graful orientat al circuitului, respectiv buclele independente (figura 1b):

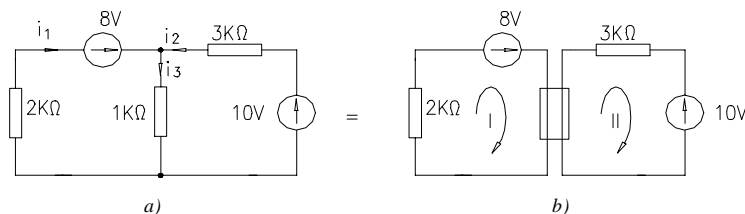


Figura 1

Identificând operatorii de impedanță ai sistemului ecuațiilor de contur obținem:

$$Z_{1,1} = 3K\Omega, Z_{1,2} = 1K\Omega, Z_{2,1} = Z_{1,2}, Z_{2,2} = 4K\Omega, i_1 = i_{m,1}, i_2 = i_{m,2}, i_3 = i_{m,1} + i_{m,2}.$$

Rezultă astfel, de soluționat următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} 3 \cdot i_{m,1} + 1 \cdot i_{m,2} = 8 \\ 1 \cdot i_{m,1} + 4 \cdot i_{m,2} = 10 \end{cases}$$

Exemplul 2

Rezolvarea circuitului (figura 2) presupune determinarea grafului orientat ținând seama de faptul că în graful asociat sursele de tensiune se înlocuiesc prin scurtcircuite (dacă sunt surse ideale), iar sursele de curent prin rezistență infinită (borne în gol). Prin această metodă se obțin buclele independente ale circuitului.

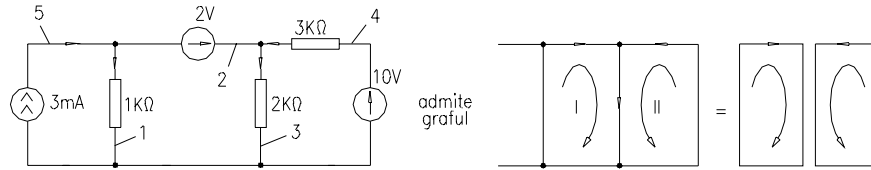


Figura 2

Observații

1. Graful unui circuit electric ce conține sursă de curent se reduce. Graful permite determinarea buclelor independente necunoscute. Reducerea numărului laturilor circuitului este evidentă prin echivalența sursei de curent în sursă de tensiune.

Întrucât circuitul real nu poate fi reconstituit din curenții de buclă ai grafului rezultă că circuitul real mai conține un curent de buclă cunoscut (figura 3), curent impus de sursa de curent dacă ea ar acționa singură pe acel contur.

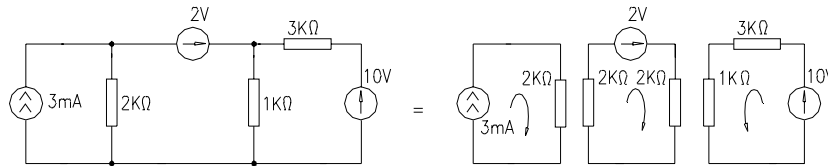


Figura 3

2.2 Metoda potențialelor nodale

Metoda potențialelor nodale de analiză a circuitelor electrice este o metodă de analiză în tensiune a circuitelor ce presupune înlocuirea variabilelor reale (tensiunile de la bornele laturilor) cu variabilele auxiliare (independente), care sunt potențialele atașate nodurilor. Sistemul ecuațiilor nodale conduce la rezolvarea a (n-1) ecuații obținute prin aplicarea teoremei “I” Kirchhoff.

Întrucât ecuațiile nodale sunt obținute din teorema 1 Kirchhoff rezultă că forma directă de scriere a sistemului ecuațiilor nodale este folosită numai în circuitele ce conțin surse de curent. Dacă circuitul conține surse de tensiune, acestea trebuie transformate prin teoremele de echivalență în surse de curent.

Sistemul ecuațiilor de ochiuri în formă directă este:

$$\begin{cases} Y_{1,1} \cdot V_1 - Y_{1,2} \cdot V_2 - Y_{1,3} \cdot V_3 - \dots - Y_{1,n-1} \cdot V_{n-1} = -\sum_{j \in (1)} i_{g1}^s \\ -Y_{2,1} \cdot V_1 + Y_{2,2} \cdot V_2 - \dots - Y_{2,n-1} \cdot V_{n-1} = -\sum_{j \in (1)} i_{g2}^s \end{cases}$$

- unde: - $Y_{k,k}$ - suma operatorilor de admitanță ai laturilor conectate în nodul k;
- $Y_{k,s}$ - suma operatorilor de admitanță ai laturilor ce leagă nodurile k și s;

- $\sum_{j \in (k)} i_{g_k}^s$ - suma curenților de scurtcircuit ce alimentează nodul k sau suma surselor de curent ce

alimentează nodul k.

Observație:

În c.c. operatorii de admitanța ai laturilor sunt conductanțele de pe laturi

Analiza circuitelor prin potențiale nodale

Deoarece sistemul ecuațiilor nodale se obține din aplicarea teoremei 1 Kirchhoff, existența sursei ideale de curent în circuitul analizat nu creează probleme de aplicare a metodei potențialelor nodale. Sursa de tensiune ideală într-un astfel de circuit, pentru neinițiați, poate constitui un obstacol.

O aprofundare a rolului și funcționării acestei surse constituie un prim pas în depășirea acestui obstacol. Al doilea pas în rezolvarea problemei de analiză îl constituie aprofundarea metodei potențialelor nodale, și anume trebuie reținută ideea că metoda provine din aplicarea teoremei 1 Kirchhoff în cele n-1 noduri ale circuitului. Să detaliem aceste afirmații.

Sursa ideală de tensiune are proprietatea că debitează t.e.m. indiferent de încărcare (curent). În consecință, t.e.m. a acestei surse este impusă. Întrucât sursa este conectată la două noduri, potențialele atașate acestor noduri sunt dependente, relația de dependență dintre ele este dată de t.e.m. a sursei ideale.

Exemplificăm această afirmație pe circuitul din figura 4:

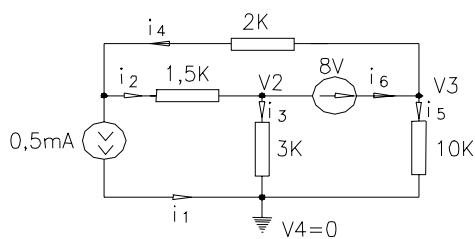


Figura 4

Latura 6 conține o sursă ideală de tensiune iar ecuația Joubert în tensiune a laturii este: $e_6 + U_6 = Z_6 \cdot i_6$, cu $Z_6 = 0$ (rezistență nulă).

rezultând: $e_6 + V_2 - V_3 = 0$ sau $e_6 + V_2 = V_3 = 8 + V_2$.

Dacă acest circuit este pasivizat, nodurile 2 și 3 constituie un singur nod fictiv. Aplicarea metodei scriere directă a sistemului de ecuații nodale nu este posibilă, deoarece admitanța laturii 6 este infinită. În acest caz trebuie să depășim al doilea obstacol în rezolvarea circuitului și anume să pornim de la bazele metodei (teoremele Kirchhoff).

Alegând $v_4 = 0$ rezultă, din analiza topologică a circuitului numărul de noduri în care se aplica teorema I Kirchhoff ($n - 1 = 3$). Întrucât prin pasivizare avem un nod fictiv (între nodurile 2 și 3 (o latură cu impedanță nulă), aplicăm teorema I Kirchhoff în nodurile:

$$(1) : i_1 + i_2 - i_4 = 0;$$

$$(2 \text{ și } 3) : \begin{cases} i_2 - i_3 = i_6 \\ i_6 = i_5 + i_4 \end{cases} \Rightarrow i_2 - i_3 = i_5 + i_4.$$

Cu alte cuvinte considerăm nodul 2 suprapus nodului 3 și scriem teorema I Kirchhoff. Explicităm în sistemul de ecuații al circuitului, curenții din laturi prin ecuația Joubert (numai pentru laturile ce conțin operatori de impedanță (laturile 2, 3, 4, 5)):

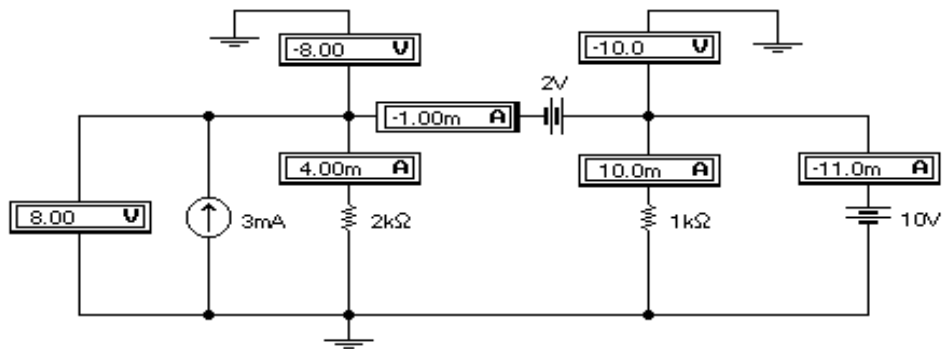
$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= 1,5 \cdot i_2, & V_3 - V_1 &= 2 \cdot i_4 \\ V_2 - 0 &= 3 \cdot i_3, & V_3 - 0 &= 10 \cdot i_5 \end{aligned}$$

În plus, ținem cont de relația de dependență introdusă între potențiale de sursa ideală de t.e.m. $V_3 = V_2 + 8$.
Înlocuind în T1K obținem un sistem de 2 ecuații cu necunoscutele (V_1 și V_2).

Concluzii:

1. Prezența unei surse ideale de tensiune într-un circuit electric reduce numărul potențialelor necunoscute și implicit a ecuațiilor nodale.
2. Potențialele nodurilor la care se conectează sursa ideală de tensiune poate fi cunoscut dacă unul din noduri este ales de referință.
3. În circuitele ce conțin surse comandate pentru rezolvarea circuitului indiferent de metoda abordată sistemul de ecuații trebuie completat cu relațiile de dependență introduse de sursele comandate.

B. Simularea circuitelor



C. Temă

Se vor analiza și simula prin cele două metode următoarele circuite:

