

Lucrarea Nr. 2. Reducerea circuitelor la dipol echivalent de tensiune sau curent

1. Chestiuni de studiat:

- 1.1 Asocierea generatoarelor echivalente elementelor dipolare de circuit
- 1.2 Determinarea analitică și verificarea prin simulare a rezistenței interne echivalente a circuitelor electrice
- 1.3 Declararea în SPICE –DOS a comenzii de determinare a rezistenței echivalente .

2. Chestiuni teoretice

2.1 Operatorul de impedanță internă a unei rețele dipolare.

Într-o rețea electrică orice element de circuit poate fi considerat conectat împreună cu alte elemente de circuit formând o rețea complexă. Putem să punem problema și invers și anume că orice element de circuit poate fi selectat dintr-o rețea complicată.

În consecință, rețeaua este formată din module de circuit, module ce pot fi desenate, construite, analizate, testate și reparate separat.

Oricare dintre aceste module (aparate privite individual) sunt alcătuite din subansamble numite circuite. Unele dintre aceste module sunt foarte mici și constituie circuitele integrate. Aceste circuite integrate sunt alcătuite din zeci sau chiar sute de elemente de circuit precum rezistoare, capacități, bobine, diode, transistoare fabricate în chip-ul de siliciu.

Indiferent de structură și complexitate, circuitului la ieșire i se cuplează o sarcină. Față de bornele sarcinii, circuitul poate fi privit ca un dipol activ. Acestui dipol asociat rețelei sau circuitului trebuie să-i determinăm parametrii. Conform clasificării prezentate în capitolul 1 elementele dipolare active conțin o tensiune electromotoare echivalentă și un operator de impedanță internă Z_{ech} .

Să presupunem că circuitul arbitrar ales conține surse de tensiune și surse de curent. Interesează în continuare să determinăm valorile limită ale curentului, respectiv ale tensiunii ce pot fi aplicate unei sarcini conectate la bornele dipolului. Cu alte cuvinte căutăm să determinăm caracteristica “i-u” a dipolului activ.

Pentru a rezolva problema să considerăm drept sarcină latura “j” cu operatorul de impedanță z_j (figura 1).

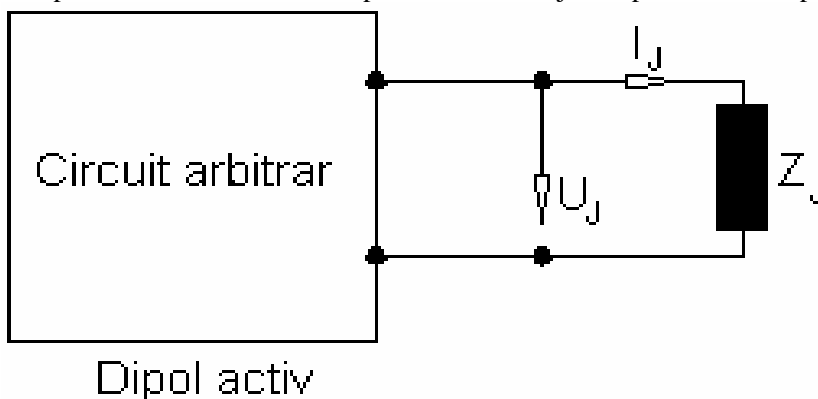


Figura 1

Așa cum am menționat, urmărim să echivalăm, față, de bornele sarcinii, circuitul cu un dipol activ. Pentru aceasta aplicăm teorema substituției prin care latura “j” o putem înlocui printr-o sursă de curent $i_{gi}=i_j$, ce are la borne tensiunea u_j . Circuitului astfel obținut îi aplicăm pentru determinarea curentului debitat principiul superpoziției conform căruia tensiunea u_j este egală cu suma contribuțiilor fiecărei surse la bornele laturii “j” dacă fiecare ar acționa singură în rețea cealaltă fiind pasivizată.

$$u_j = u_{j0} + u_{ig}$$

unde: - u_{ig} se determină prin aplicarea teoremei II Kirchoff pe ochiul circuitului pasivizat, $0 = u_{ig} + Z_{ech} \cdot i$.

Înlocuind rezultă:

$$u_j = u_{j0} - Z_{ech} \cdot i \quad \text{sau} \quad i_j = \frac{u_{j0}}{Z_{ech}} - \frac{u_j}{Z_{ech}}$$

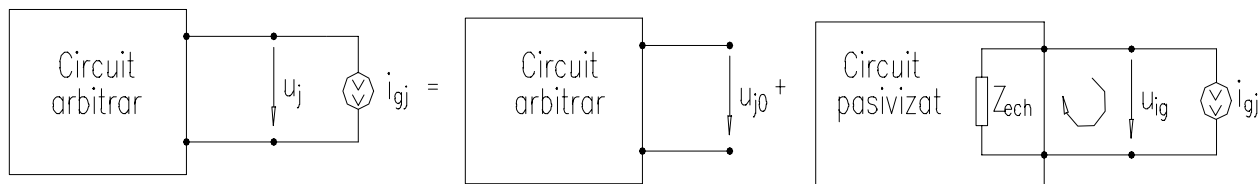


Figura 2

Caracteristica i_j - u a dipolului are forma prezentată în figura 3.

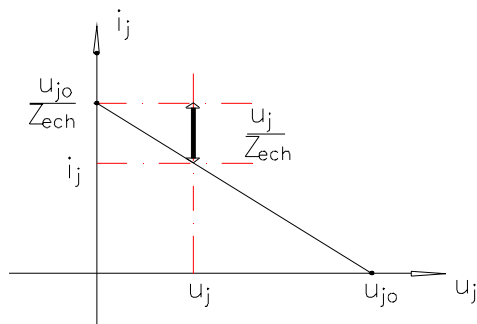


Figura 3

Analiza curbei i-u la bornele dipolului activ evidențiază:

- tensiunea la bornele dipolului este cuprinsă între 0 și tensiunea de mers în gol u_{j0} ; $u \in (0, u_{j0})$.
- funcționarea în gol a dipolului implică $z \rightarrow \infty$, iar tensiunea între borne este t.e.m. furnizată de dipolul activ.
- în funcționarea în scurtcircuit a dipolului, curentul este limitat de operatorul de impedanță internă al dipolului Z_{ech} . În curent continuu acest operator reprezintă rezistența internă a dipolului.

Concluzii:

1. - Orice circuit electric față de două borne poate fi reprezentat printr-un dipol echivalent. Tensiunea electromotoare a dipolului este tensiunea la mersul în gol al dipolului, iar rezistența internă (operatorul de impedanță intern) este rezistența față de cele două borne a circuitului pasivizat.
2. - Regimul de funcționare a fiecărui dipol electric este cuprins între mersul în gol și scurtcircuit.

Latura pasivă "j" cu operatorul de impedanță z_j poate fi înlocuită în circuit și printr-o sursă de t.e.m. având sensul opus curentului din circuit. Aplicând acestui circuit principiul superpoziției, curentul debitat de dipolul activ este superpoziția curenților din latura "j" dacă în circuit ar acționa câte o singură sursă, conform schemei următoare:

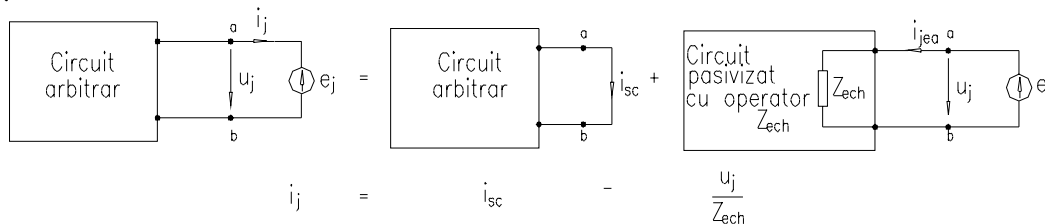


Figura 4

Se obține astfel relația curentului debitat de un dipol activ: $i_j = i_{sc} - \frac{u_j}{Z_{ech}}$. Identificând cu relația curentului

debitat din primul caz, rezultă: $i_{sc} = \frac{u_{j0}}{Z_{ech}}$ valoarea curentului de scurtcircuit la bornele unui dipol.

Concluzii:

1. Curentul debitat de un dipol activ poate lua valori (la sarcină variabilă) între 0 (mersul în gol) și valoarea de scurtcircuit (borna scurtcircuitată)
2. Rezistența internă a unui dipol activ poate fi determinată ca raport între tensiunea de mers în gol și curentul de scurtcircuit față de bornele analizate
3. În rețelele pasive (ce nu conțin surse în interior) tensiunea la mersul în gol este nulă, dar și curentul de scurtcircuit este nul. În această situație, rezistența (impedanța) internă a dipolului se poate determina alimentând circuitul la borne de la o sursă u_j ce debitează curentul i_j . Rezistența echivalentă (operatorul de impedanță echivalent) a rețelei este raportul dintre tensiunea aplicată și curentul absorbit de circuit

$$Z_{ech} = \frac{u_j}{i_j}$$

4. Concluzie generală: O rețea oarecare (cu sau fără surse în interior) față de două borne de acces poate fi considerată un dipol echivalent care are ecuația: $i_j = \frac{u_{j0}}{Z_{ech}} - \frac{u_j}{Z_{ech}} = i_{scj} - \frac{u_j}{Z_{ech}}$

Determinarea operatorului de impedanță echivalent al dipolului activ

Pentru un circuit (rețea) oarecare față de două borne de acces poate fi determinat operatorul de impedanță internă a rețelei prin două relații și anume:

$$z_{ech} = \frac{u_{j0}}{i_{scj}} \quad \text{sau} \quad z_{ech} = \frac{u_j}{i_j}$$

Cele două relații implică două metode de determinare a operatorului, și anume:

Generatoare echivalente (Thevenin, Norton). Reducerea circuitelor la dipol echivalent de tensiune sau curent

- raport dintre tensiunea de mers în gol între cele două borne și curentul de scurtcircuit;
- prin pasivizarea tuturor surselor independente din circuit și aplicarea la bornele de acces a unei surse de tensiune electromotoare cunoscută și măsurarea curentului absorbit de circuit.

Generatoare echivalente (Thevenin, Norton)

O rețea electrică față de bornele unei laturi pasive oarecare poate fi considerată un dipol activ. Curentul prin latura pasivă este dat de relațiile:

$$i_j = \frac{u_{j0}}{Z_{ech}} - \frac{u_j}{Z_{eh}} = i_{sc} - \frac{u_j}{Z_{eh}}$$

Întrucât u_{j0} , tensiunea de mers în gol la bornele dipolului, reprezintă tensiunea electromotoare a dipolului activ, în baza relațiilor de mai sus pentru o rețea liniară oarecare, se pot atașa două reprezentări echivalente.

a. Teorema generatorului echivalent de tensiune (Thevenin)

Într-o rețea liniară activă răspunsul în curent printr-o latură pasivă "j" de operator Z_j este dat de relația:

$$i_j = \frac{u_{j0}}{Z_{ech} + Z_j}$$

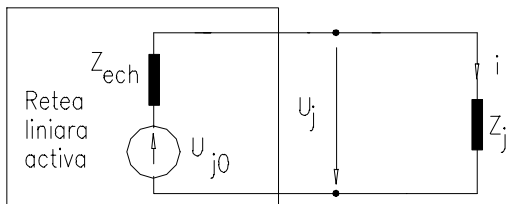


Figura 5

b. Generatorul echivalent de curent (Norton)

Într-o rețea liniară activă răspunsul în tensiune printr-o latură pasivă "j" de operator Z_j este dat de relația :

$$u_j = \frac{i_{scj}}{y_j + y_{eh}}$$

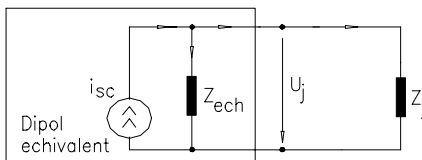


Figura 6

Observații

Trecerea din dipol echivalent de tensiune în dipol echivalent de curent se poate face utilizând teorema de echivalență a surselor reale de tensiune în surse reale de curent. $i_{sc} = \frac{u_{j0}}{Z_{eh}}$; $z_{eh} = Z_{ech}$

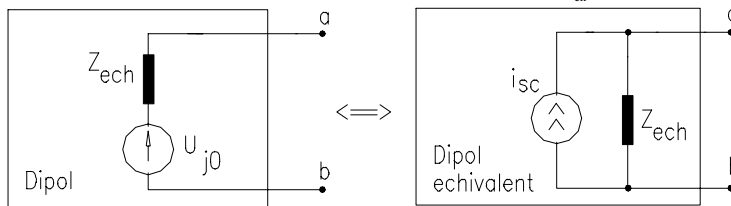


Figura 7

Exemple de analiză

Circuitul din figura următoare se echivalează prin generator echivalent.

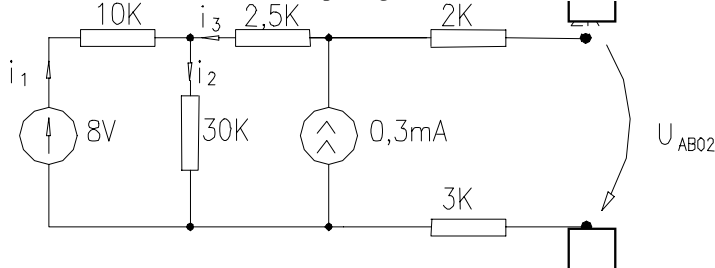


Figura 8

A Analiza circuitului.

Tensiunea U_{AB0} este tensiunea de pe sursa de curent întrucât căderile de tensiune pe rezistențele de 2 KΩ, respectiv 3KΩ sunt nule. Aplicând T2K pe ochiul II, rezultă: $U_{AB0} = i_2 \cdot 30 + i_3 \cdot 2,5$ cu i_2 și i_3 necunoscute ce urmează a fi determinate din rezolvarea circuitului următor (figura 9) prin metoda curenților independenți:

Generatoare echivalente (Thevenin, Norton). Reducerea circuitelor la dipol echivalent de tensiune sau curent

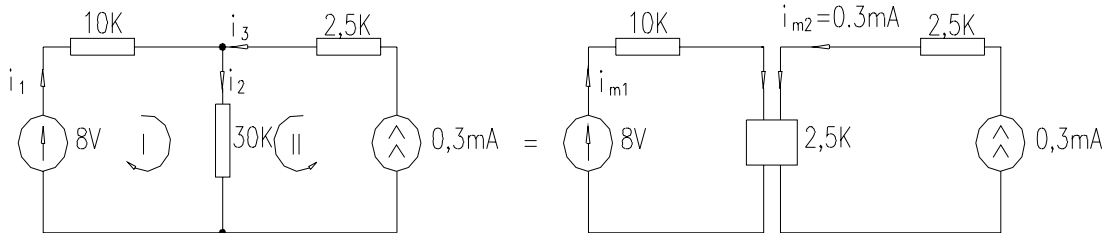


Figura 9

Sistemul de ecuații este:

$$i_{m1} \cdot (10 + 30) + 0,3 \cdot 30 = 8$$

$$i_{m1} \cdot 40 = 8 - 9 = -1$$

$$i_{m1} = -\frac{1}{40} \text{ mA}$$

Trecând în variabile reale, rezultă:

$$i_1 = -\frac{1}{40} \text{ mA} \quad i_2 = i_{m2} + i_{m1} = 0,3 - \frac{1}{40} = 0,275 \text{ mA} \quad i_3 = 0,3 \text{ mA}$$

respectiv: $U_{AB0} = 30 \cdot 0,275 + 0,3 \cdot 2,5 = 8,25 + 0,75 = 9 \text{ V}$

Rezistența echivalentă a dipolului din stânga se poate determina alegând metoda pasivizării circuitului (fig.10), rezultând:

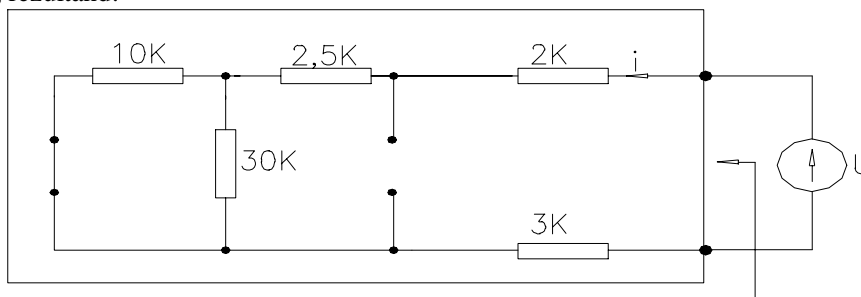


Figura 10

$$R_{ech1} = 2 + 2,5 + 3 + (10 \parallel 30) = 15 \text{ k}\Omega$$

B. Simularea circuitelor

În continuare, vom verifica corectitudinea rezultatelor obținute prin calcul analitic, realizând simularea circuitului cu ajutorul programului Electronics Workbench.

Considerăm circuitul din partea stângă a bornelor A și B. Tensiunea de mers în gol U_{AB0} se determină decuplând circuitul din partea dreaptă a bornelor A și B și cuplând un voltmetru la aceste borne (figura 11).

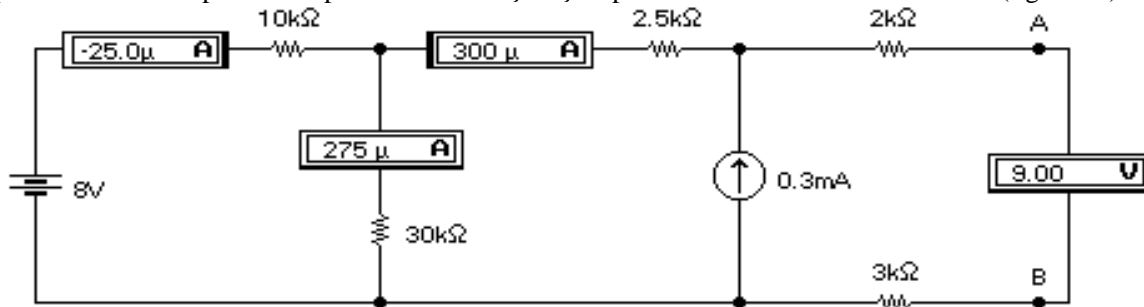


Figura 11

Curentul de scurtcircuit este determinat cuplând în locul voltmetrului un ampermetru (figura 12).

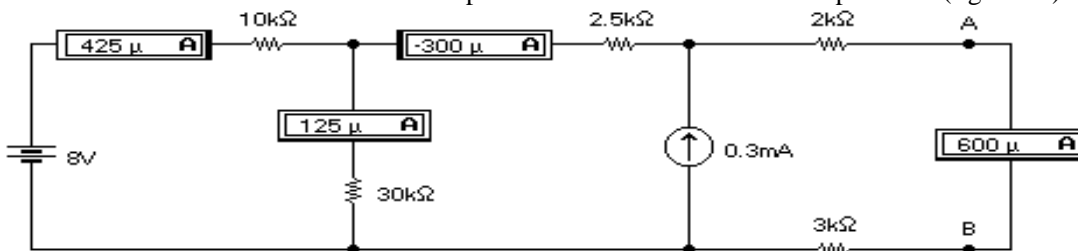


Figura 12

Raportul acestor două mărimi determină rezistența echivalentă a circuitului din partea stângă a bornelor A și B. Această rezistență echivalentă poate fi determinată cu ajutorul ohmmetrului, pasivizând acest circuit (figura 13).

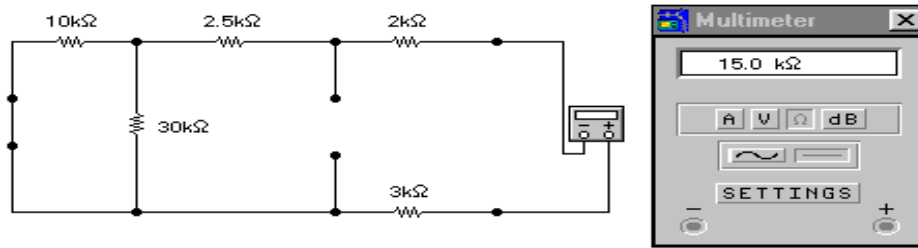


Figura 13

Simularea în SPICE-DOS presupune declararea circuitului și a elementelor de circuit conform lucrării de laborator nr.1 Pentru determinarea rezistenței echivalente a circuitului față de o sarcină oarecare în SPICE –DOS este prevăzută comanda de determinare a funcției de transfer ce reprezintă raportul dintre mărimea de ieșire și cea de intrare. Comanda în SPICE-DOS a calculului funcției de transfer este:

.TF OUTVAR INSRC

unde: - OUTVAR reprezintă variabila de ieșire.
 -INSRC- reprezintă sursa considerată intrare.

Variabila de ieșire OUTVAR poate fi atât tensiunea dintre noduri cât și curentul printr-o sursă independentă de tensiune. Descrierea variabilei de ieșire în primul caz este V(N1,N2) unde N1, N2 reprezintă nodurile în care s-a definit tensiunea de ieșire. În cazul în care N2 nu este specificat se consideră tensiunea dintre nodul N1 și nodul de referință. Dacă mărimea de ieșire este un curent declarația este I(VXXX) unde VXXX reprezintă sursa de tensiune independentă prin care trece curentul de ieșire.

Probleme propuse

R. Să se determine circuitele echivalente de determinare a parametrilor dipolilor echivalenți față de rezistența

