Lucrarea Nr. 4. Verificarea teoremelor *Kirchhoff* în curent alternativ monofazat

1. Chestiuni de studiat

1.1 Realizarea circuitelor serie şi derivaţie cu R,L,C alimentate de la o sursă de tensiune alternativă şi notarea valorilor tensiunii şi curenţilor din laturi.

1.2 Determinarea parametrilor elementelor de circuit, utilizând relaţiile de calcul specifice.

1.3 Realizarea programului de simulare utilizând SPICE.

1.4 Verificarea datelor obţinute experimental prin comparare cu cele obţinute prin simulare.

1.5 Se vor executa, la scară, diagramele de fazori corespunzătoare ecuaţiilor stabilite cu teoremele lui Kirchhoff aplicate fiecărui circuit realizat.

1.6 Se vor executa, la scară, triunghiul impedanţelor pentru fiecare circuit serie şi triunghiul admitanţelor pentru fiecare circuit derivaţie realizat.

2. Consideraţii teoretice

Oricărei mărimi sinusoidale a(t)= $\sqrt{2}$ Asin(ωt+γ) îi corespunde în planul complex mărimea: $\underline{a} = \sqrt{2}\ Ae^{j(\omega t+\gamma)}$

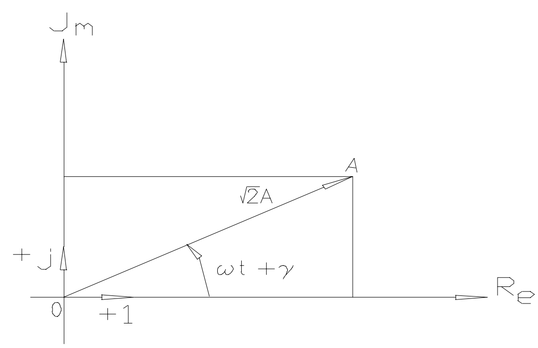


Figura 1

Mărimea instantanee se obţine prin trecerea inversă din planul complex în domeniul timp ca proiecţie pe axa imaginară a mărimii complexe daca a fost exprimată în sinus iar dacă mărimea este exprimată în cosinus $a(t) = A \cdot \cos(\omega t + \gamma) \Rightarrow \quad \underline{a} = \sqrt{2} \cdot A \cdot e^{j(\omega t+g)}$ trecerea inversă implică: $a(t) = \mathrm{Re}\{\underline{a}\}$.

b) Reprezentarea în complex simplificat

Întrucât în teoria circuitelor avem mărimi de aceeaşi pulsaţie, utilizăm reprezentarea în complex simplificat - ce renunţă la $\sqrt{2}$ în reprezentarea vectorului complex şi la viteza de rotire ω. Fazorii complecşi sunt în repaus relativ faţă de axa origine de fază.

O astfel de reprezentare se obţine identificând planul complex cu planul abstract al fazorilor polari (axa reală ataşată axei origine de fază). În concluzie oricărui semnal de forma: a(t)= $\sqrt{2}$ Asin(ωt+γ) îi corespunde în planul complex mărimea $\underline{A} = Ae^{j\gamma}$

Mărimea complexă $\underline{A}$ are modulul egal în valoare efectivă şi argument egal cu faza iniţială γ. Între valoarea instantanee complexă $\underline{a}$ şi valoarea efectivă complexă $\underline{A}$ există relaţia $\underline{a} = \underline{A}\ \sqrt{2}\ e^{j\omega t}$ Trecerea de la valoarea efectivă complexă la semnalul sinusoidal (reprezentarea in domeniul timp) se face utilizând relaţiile:

$$a(t) = \begin{cases} R_e\left\{\sqrt{2}e^{j\omega t}\underline{A}\right\} & \text{daca } a = \sqrt{2}A\cos(\omega t + \gamma) \\ I_m\left\{\sqrt{2}e^{j\omega t}\underline{A}\right\} & \text{daca } a = \sqrt{2}A\sin(\omega t + \gamma) \end{cases}$$

Analiza în complex a circuitelor electrice permite transformarea sistemului de ecuații integro-diferențial al circuitului într-un sistem liniar de ecuații a cărui rezolvare este mult mai simplă.

Procesul de transformare a sistemului de ecuații integro-diferențiale în sistem algebric necesită asocierea unor imagini complexe aferente mărimilor reale (tensiuni, curenți, t.e.m.) dar şi asocierea unor impedanțe complexe sau admitanțe complexe pentru operatorii de impedanță respectiv de admitanță ai laturilor circuitului. Sintetic această transformare este redată de tabelul următor.

<u>Mărimi reale instantanee</u>	<u>Imagine în complex</u>
i - curent	$\underline{I}$
u - tensiune	$\underline{U}$
e - t.e.m.	$\underline{E}$
R - rezistență	R
L - inductanță	L
C - capacitate	C
$\frac{d}{dt}$ - operator de derivare	$j\omega$
$\int dt$ - operator de integrare	$\frac{1}{j\omega}$
$z_j = R_j + L_j \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_j}\int dt$	$\underline{Z}_j = R_j + jX_j = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
$y_j = G_j + \frac{1}{L_j}\int dt + C_j \frac{d}{dt}$	$\underline{Y}_j = G - j(\frac{1}{\omega L} - \omega C) = G - jB_j$

Transformarea mărimilor şi operatorilor din domeniu timp în domeniul complex conduce la asocierea imaginii circuitului în planul complex.

Simularea circuitelor alimentate cu tensiuni sinusoidale este posibilă atât cu editorul grafic cât şi în SPICE-DOS. În acest ultim caz linia de comandă în declararea surselor independente sinusoidale este ;

Vxxxx N+ N- AC <ACMAG,<ACPHASE>>

unde: - Vxxxx reprezintă numele sursei, N+N- nodurile de conectare,

- AC-sursă sinusoidală de amplitudine ACMAG şi fază inițială ACPHASE.

Analiza în curent alternativ poate fi :

a) pe o singura frecvență declarată prin linia de comandă

.AC LIN 1 FREQ FREQ

iar comanda de tipărire este de forma

.PRINT AC OV1…………OV8 unde OV1-OV8 pot fi valorile amplitudinii VM(nod) ale fazei VP(nod) pentru tensiunii sau pentru curenți IM (nume sursă) –amplitudine şi IP (nume sursă) - faza.

b) într-o gamă de frecvențe caz în care baleierea se face

- *liniar, prin comanda .AC LIN NP FSTART FSTOP unde NP - reprezintă numărul punctelor în banda cuprinsă între FSTART şi FSTOP;*
- *pe decade, prin comanda .AC DEC ND FSTART FSTOP cu ND numărul de decade;*
- *pe octave prin comanda .AC OCT NO FSTART FSTOP, NO reprezentând numărul de octave.*

Tipărirea se face prin linia de comandă *.PLOT AC VDB (nod)* unde VDB (nod) reprezintă valoarea în nod a $20\log_{10}(V(nod))$

2.1 Exemplificarea analizei pe circuitul RLC serie

Se consideră un circuit compus dintr-un rezistor de rezistență R, o bobină ideală de inductanță L ($R_B = 0$) şi un condensator ideal de capacitate C ($R_C = 0$) legați în serie (figura 2).

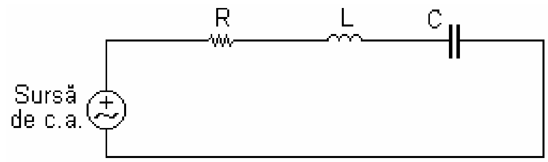


Figura 2 Circuit RLC serie - ideal

Aplicând la borne o tensiune sinusoidală de valoare instantanee $u = \sqrt{2}U\sin(\omega t \pm \varphi)$, prin circuit va trece un curent sinusoidal de valoare instantanee $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$, unde:

- $U = \dfrac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ - valoarea efectivă a tensiunii [V];
- $I = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ - valoarea efectivă a curentului [A];
- $\omega = 2\pi f$ - pulsația tensiunii, respectiv pulsația curentului [Hz];
- φ - defazajul dintre tensiune şi curent [rad].

Conform teoremei a II-a Kirchhoff, valoarea instantanee a tensiunii aplicate circuitului este egală cu suma algebrică a valorilor instantanee a căderilor de tensiune pe cele trei receptoare legate în serie:

$$u = u_R + u_C + u_L = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

Relația se poate scrie şi asupra valorilor efective, vectorial sau simbolic, adică:

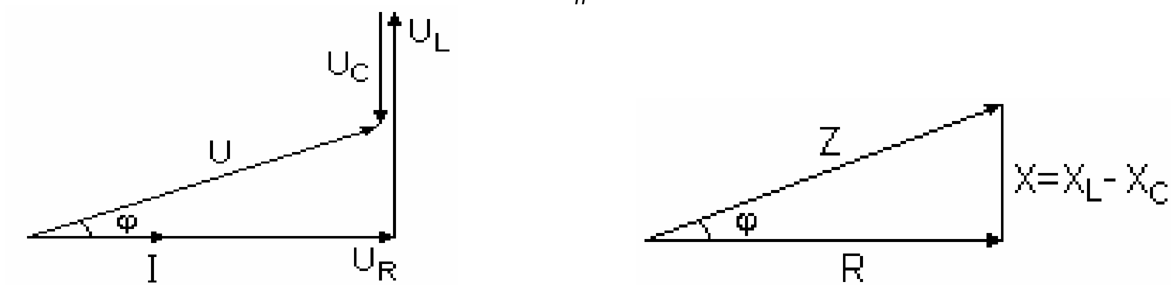
$$\overline{U} = \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \underline{I}\cdot[R + j\cdot(X_L - X_C)] = \underline{I}\cdot\underline{Z}$$

unde:

- $X_L = \omega L$ - *reactanța bobinei;*
- $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ - *reactanța condensatorului;*
- $\underline{Z} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j(X_L - X_C)$ - *impedanța circuitului serie.*

Diagrama de fazori pentru un circuit serie este reprezentată în figura 3a. Dacă împărțim fazorii tensiunilor care formează triunghiul OAC, prin intensitatea curentului, se obține un triunghi asemenea numit triunghiul impedanțelor (figura 3b) din care rezultă:



a) *b)*

Figura 3

Deoarece în practică bobina prezintă rezistenţă ohmică şi rezistenţă inductivă, circuitul echivalent utilizat în mod curent este un circuit R_B,L serie, (R_B – rezistenţa ohmică a bobinei) circuitul din figura 2 se modifică, obţinându-se circuitul din figura 4.

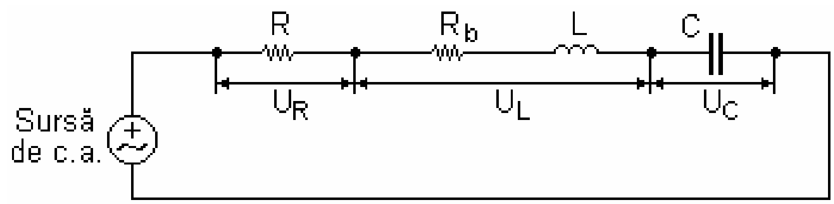


Figura 4 Circuit RLC serie – real

Diagrama de fazori pentru circuitul din figura 4 este reprezentată în figura 5, iar triunghiul impedanţelor în figura 6.

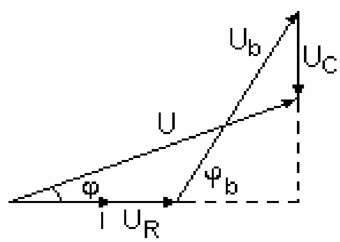


Figura 5 Diagrama de fazori

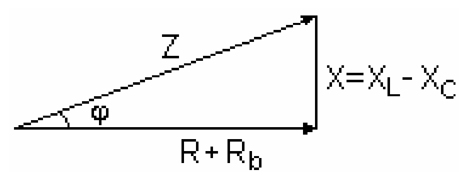
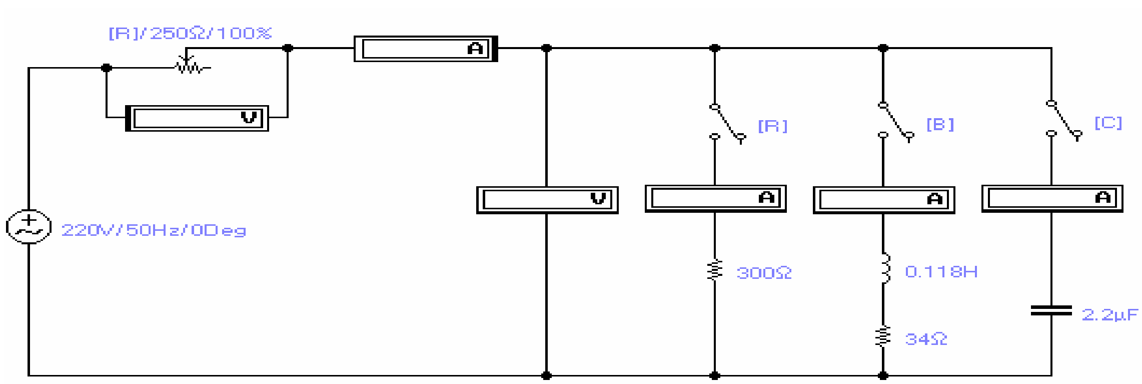


Figura 6 Triunghiul impedanţelor

3. Schema de montaj



4. Modul de lucru

1. Se iau determinări pentru verificarea teoremei II Kirchhoff, realizând ochiuri formate din R_v-R, R_v-L, R_v-C. Se măsoară tensiunile şi curentul completându-se tabelul de date nr.1.

2. Se iau determinări pentru verificarea teoremei I Kirchhoff, realizând configuraţii formate din R-L, L-C, R-C.R-L-C. Se măsoară curenţii şi tensiunea completându-se tabelul de date nr.2.

3. Pe baza datelor experimentale se determină parametrii elementelor de circuit ce vor fi utilizate în simularea numerică.

4. Se simulează circuitele verificându-se mărimile măsurate şi defazajele. (Circuitul analizat se declară şi în SPICE DOS).

5. Tabele de date

Tabelul 1

	U	U_1	U_2	I	R	Z_l	R_l	L	X_l	X_c	R	$\cos\varphi$	Obs
1													R_v-R
2													R_v-L
3													R_v-C

Tabelul 2

	U_2	I	I_r	I_l	I_c	G	Y_l	G_l	B_l	B_c	$\cos\varphi$	Obs
1												***R-L***
2												***R-C***
3												***L-C***
4												***R-L-C***