

CAP.7. CIRCUITE TRIFAZATE IN REGIM SINOSOIDAL

Breviar

a) *Sisteme trifazate*

Un ansamblu de trei marimi de aceeași natură și de aceeași frecvență, dar de faze inițiale diferite, alcătuiesc un sistem trifazat de marimi.

Expresiile marimilor unui sistem trifazat sinusoidal sunt:

$$a_k = A_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma_k); k = 1, 2, 3 \text{ sau, în reprezentare complexă:}$$

$$A_k = A_k \cdot e^{j\gamma_k}; k = 1, 2, 3$$

b) *Sistemele trifazate simetrice au valorile eficace ale marimilor componente egale.*

$A_1 = A_2 = A_3 = A$ și același defazaj între două marimi succesive:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \gamma_2 - \gamma_3 = \gamma_3 - \gamma_1 = 2\pi/3.$$

Expresiile marimilor unui sistem trifazat simetric sunt:

$$a_1 = A \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma)$$

$$a_2 = A \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma - 2\pi/3)$$

$$a_3 = A \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma - \frac{4\pi}{3})$$

c) *Circuitele trifazate sunt alcătuite din trei porțiuni de circuit (numite faze), parcurse fiecare de câte unul din curenții unui sistem trifazat de curenți.*

Conexiunea în stea (Y) a unui circuit trifazat, reprezentată în fig. C₁, se realizează legând extremitățile fazelor într-un punct comun N, numit punct neutru.

Conexiunea în triunghi (Δ) se realizează ca în fig. C₂.

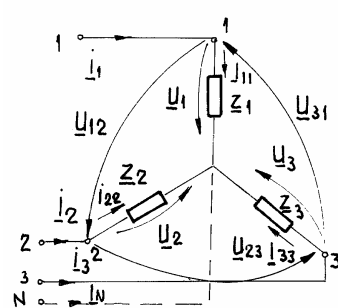


Fig.C₁

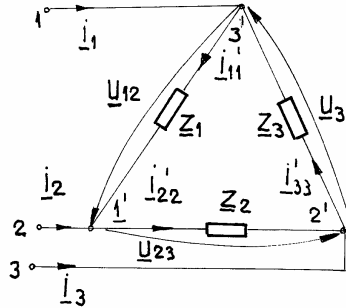


Fig.C₂

d) *Marimi de fază și marimi de linie*

Tensiunile U_1, U_2 și U_3 , între extremitățile aceleiași faze, se numesc tensiuni de fază iar curenții I_{11}, I_{22} și I_{33} , care parcurg fazele se numesc curenți de fază.

Tensiunile de linie sunt tensiunile U_{12}, U_{23} , și U_{31} între două faze succesive, iar curenții de linie sunt curenții I_1, I_2 și I_3 , care parcurg liniile de legătură.

Pentru conexiunea în stea între marimile de fază și de linie există în complex relațiile:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}; \underline{I}_2 = \underline{I}_{22}; \underline{I}_3 = \underline{I}_{33}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2; \underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3; \underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1$$

iar pentru conexiunea în triunghi:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}^1 - \underline{I}_{33}^1; \underline{I}_2 = \underline{I}_{22}^1 - \underline{I}_{11}^1; \underline{I}_3 = \underline{I}_{33}^1 - \underline{I}_{22}^1$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1; \underline{U}_{23} = \underline{U}_2; \underline{U}_{31} = \underline{U}_3$$

e) Puterea in circuitele trifazate

Puterea aparenta complexa primita de un receptor trifazat este suma puterilor aparente complexe corespunzatoare fiecărei faze.

Pentru receptor in stea rezulta:

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^x + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^x + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^x,$$

iar pentru receptorul in triunghi:

$$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^x = \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_{23}^x + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_{31}^x.$$

f) Puterea circuitelor trifazate in regim simetric este de trei ori puterea corespunzatoare unei faze.

Indiferent de modul de conectare in stea sau triunghi, puterea activa a unui circuit trifazat in regim simetric este:

$$P = 3U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$$

Puterea reactiva este:

$$Q = 3U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi$$

Puterea aparenta este:

$$S = 3U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1.$$

unde U_f este tensiune de faza; I_f – curent de faza; U_1 – tensiune de linie, I_1 – curent de linie.

7.1 (R). Un generator electric trifazic de tensiuni simetrice alimenteaza doua receptoare trifazate echilibrate: primul este in triunghi si are impedanta fazei $(2+j3)\Omega$, iar al doilea este in stea si are impedanta fazei $(3+j2)\Omega$. Sa se determine curentii totali de linie si puterile activa, reactiva si aparenta debitate de generator, stiind ca tensiunea de linie a generatorului este 380V. Se neglijeaza impedanta liniei de alimentare.

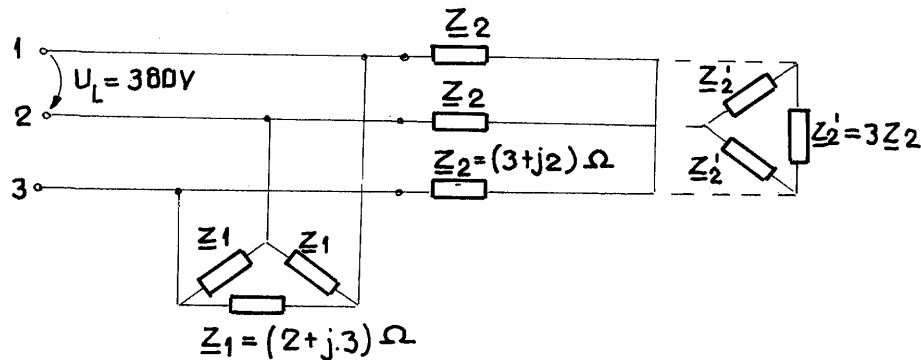


Fig. 7.1

Rezolvare: Se transfigureaza steaua intr-un triunghi echivalent (fig. 7.1) ale carui faze au impedanta:

$$\underline{Z}'_2 = 3 \cdot \underline{Z}_2 = 3 \cdot (3 + j2)$$

Cele doua triunghiuri au laturile in paralel, astfel incat prin compunere se ajunge la un receptor in triunghi unic echivalent, avand impedanta fazei egala cu:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}'_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2} = \frac{3(2 + j3)(3 + j2)}{11 + j9} = \frac{j39}{11 + j9} \Omega$$

modulul si argumentul careia fiind, respectiv:

$$Z = 2,74\Omega, \varphi = \arctg 1/9$$

Curentii din laturile triunghiului echivalent vor fi egali cu:

$$I_f = \frac{U_1}{Z} = \frac{380}{2,74} = 138,5 \text{ A},$$

iar curentii debitati de generator vor fi:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_f = 240 \text{ A}$$

Puterile aparenta, activa si reactiva debitate sunt, respectiv:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 240 = 158.000 \text{ VA} = 158 \text{ KVA}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 240 \cdot 0,633 = 100.000 \text{ W} = 100 \text{ KW}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 380 \cdot 240 \cdot 0,774 = 122600 \text{ VAR} = 122,6 \text{ K VAR}$$

7.2. (R). O sarcina trifazata este compusa din trei impedante egale $\underline{Z}=(4+j3)\Omega$ si este alimentata cu tensiuni simetrice 3x380V (intre faze) in doua moduri: in stea (ca in fig.7.2.a) si in triunghi(fig.7.2.b). Se cer curentii si puterile absorbite de la retea in cele doua cazuri.

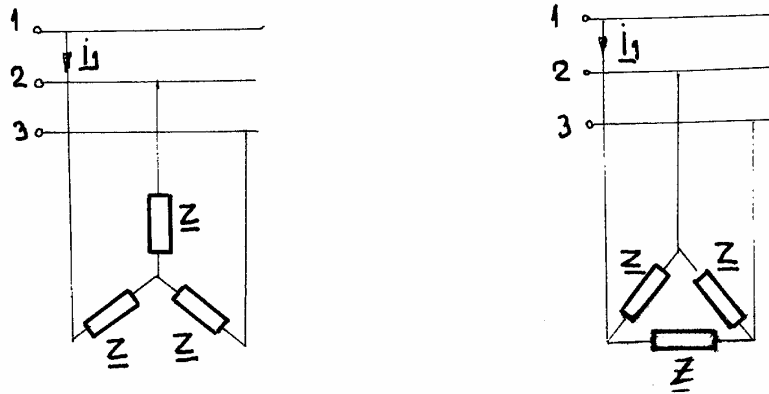


Fig. 7.2 a, b

Rezolvare:

In primul caz se obtine:

$$I_1' = \frac{U_f}{Z} = \frac{U_1}{\sqrt{3} Z} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 5} = 44 \text{ A}$$

$$P' = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1' \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \cdot 0,8 = 23.230 \text{ W}$$

In al doilea caz se obtine:

$$I_1'' = \sqrt{3} \cdot I_f'' = \sqrt{3} \cdot \frac{U_1}{Z} = \sqrt{3} \cdot \frac{380}{5} = 132 \text{ A}$$

$$P'' = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1'' \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 132 \cdot 0,8 = 69.700 \text{ W}$$

Prin urmare, curentii si puterile absorbite de la retea, in primul caz, sunt mai mici de trei ori decât in cazul al doilea.

7.3. (R). Un receptor trifazat simetric format din trei impedante egale $\underline{Z}=(4+j3)\Omega$ legate in stea este alimentat de o retea trifazata cu tensiunea de linie 208 V. Se cer:

- curentii de faza si de linie ai receptorului;
- diagrama vectoriala a tensiunilor si curentilor;
- bilantul puterilor;
- diagrama puterilor.

Rezolvare:

a) Tensiunea de faza a receptorului este $U_f = U_1 / \sqrt{3} = 120 \text{ V}$, iar curentii de faza si de linie $I_f = I_l = U_f / Z = 24 \angle -36^\circ 50' \text{ A}$, defazajul fiind exprimat pentru fiecare curent fata de tensiunea pe faza respectiva. Considerând U_1 originea de faza, rezulta: $I_1 = 24 \angle -36^\circ 50' \text{ A}$; $I_2 = 24 \angle -156^\circ 50' \text{ A}$; $I_3 = 24 \angle 83^\circ 10' \text{ A}$.

c) Se calculeaza puterile:

	Puteri primite de la retea	Puteri in fazele receptorului
Puterea activa	$P = 3U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 6.812 \text{ W}$	$P = 3R_f \cdot I_f^2 = 6.192 \text{ W}$
Puterea reactiva	$Q = 3U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 5.184 \text{ VAR}$	$Q = 3X_f \cdot I_f^2 = 5.184 \text{ VAR}$
Puterea aparenta	$S = 3U_f \cdot I_f = 8.640 \text{ VA}$	$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 8.640 \text{ VA}$

d) Diagrama puterilor este reprezentata in figura 7.3.

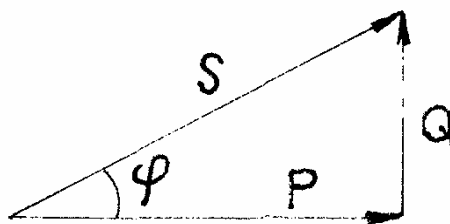


Fig. 7.3

7.4. (R). Sa se stabileasca schemele echivalente in stea si in triunghi ale unui receptor trifazat simetric, care absoarbe de la retea de 380 V si 50 Hz o putere activa $P = 6,4 \text{ KW}$, la un factor de putere $\cos \varphi = 0,8$.

Rezolvare:

Curentul de linie absorbit de receptor este:

$$I_l = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi}$$

Impedanta unei faze a receptorului echivalent in stea are modulul:

$$Z_Y = \frac{U_f}{I_f} = \frac{U_1}{\sqrt{3} I_l} = \frac{U_1^2 \cdot \cos \varphi}{P} \text{ si argumentul } \varphi = \arccos 0,8.$$

Rezulta:

$$Z_y = \frac{U_1^2 \cdot \cos \varphi}{P} \quad \varphi = 18 \quad 36^\circ 50'.$$

Impedanta de faza a receptorului echivalent, conectat in triunghi este:

$$Z = 54 \angle 36^\circ 50'$$

7.5. (R). O linie trifazata de 208 V alimenteaza un motor care absoarbe o putere activa $P' = 10 \text{ KW}$, la un factor de putere $\cos \varphi' = 0,8$. In paralel cu motorul este conectat un receptor format din trei impedente egale $Z'' = (3 + j3) \Omega$ legate in triunghi. Sa se stabileasca:

- curentii de linie ai motorului si ai receptorului;
- curentii de linie ai retelei trifazate.

Rezolvare:

a) Curentul de linie al motorului este:

$$I'_1 = \frac{P'}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi'} = 34,7 \text{ A}$$

iar defazajul fata de tensiunea de faza este:

$$\varphi' = -\arccos 0,8 = -36^\circ 50'$$

Curentul de faza al receptorului in triunghi este:

$$I''_f = \frac{U_1}{Z''} = \frac{208}{|3 + j3|} = 49 \text{ A}$$

iar curentul sau de linie:

$$I''_1 = \sqrt{3} \cdot I''_f = 85 \text{ A}$$

Defazajul fata de tensiunea de faza a retelei este:

$$\varphi'' = -\arg Z'' = -45^\circ$$

Considerând origine de faza tensiunea U_{10} a retelei rezulta:

$$\underline{I}'_1 = 34,7 \angle -36^\circ 50' \text{ A}; \underline{I}'_2 = 34,7 \angle -150^\circ 50' \text{ A}; \underline{I}'_3 = 34,7 \angle 83^\circ 10' \text{ A}$$

$$\underline{I}''_1 = 85 \angle -45^\circ \text{ A}; \underline{I}''_2 = 85 \angle -165^\circ \text{ A}; \underline{I}''_3 = 85 \angle 75^\circ \text{ A}.$$

b) Curentul total al primei linii este:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_1 + \underline{I}''_1 = 34,7 \angle -36^\circ 50' + 85 \angle -45^\circ \approx 27,75 - j \cdot 20,8 + 60,2 - j \cdot 60,20 \approx \\ \approx 88 - j \cdot 81 \approx 120 \angle -42^\circ 40' \text{ A}$$

7.6. La bornele unui circuit trifazat in stea se masoara tensiunile:

$$U_{1N} = 100 \text{ V}; U_{2N} = 44,7 \text{ V}; U_{3N} = 80 \text{ V};$$

$$U_{12} = 126,5 \text{ V}; U_{23} = 120,9 \text{ V}; U_{31} = 124 \text{ V}.$$

știind ca tensiunile formeaza un sistem de succesiune directa, sa se scrie expresiile reprezentarilor in complex ale acestor tensiuni si sa se deseneze diagrama vectoriala considerând U_{1N} origine de faza.

R:

$$\underline{U}_{1N} = 100 \angle 0^\circ \text{ V}; \underline{U}_{2N} = 44,7 \angle -116^\circ 30' \text{ V}; \underline{U}_{3N} = 80 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\underline{U}_{12} = 126,5 \angle 18^\circ 25' \text{ V}; \underline{U}_{23} = 120,9 \angle -99^\circ 27' \text{ V}; \underline{U}_{31} = 124 \angle 141^\circ 20' \text{ V}.$$

7.7. Un receptor trifazat in stea, având cele trei faze constituite respectiv din n_1, n_2, n_3 lampi cu incandescenta legate in paralel, este alimentat printr-o linie electrica trifazata cu un sistem de tensiuni trifazat simetric cu tensiunea de linie de valoare efectiva U_1 . Rezistenta electrica a fiecarui conductor al liniei de alimentare este r (inductivitatea fiind neglijabila), iar puterea nominala si tensiunea nominala a fiecarei lampi sunt P_n si, respectiv $U_n = U_1/\sqrt{3}$. Se cere sa se calculeze tensiunile de faza aplicate lampilor in doua ipoteze:

a) conductorul neutru lipseste;

b) sistemul are conductor neutru de rezistenta electrica (inductivitatea fiind neglijabila).

$$R: \text{ a) } U'_{1N} = 99 \text{ V}; U'_{2N} = 117,5 \text{ V}; U'_{3N} = 150 \text{ V}.$$

$$\text{ b) } U'_{1N} = 113 \text{ V}; U'_{2N} = 118,5 \text{ V}; U'_{3N} = 129,7 \text{ V}.$$

7.8. Un motor trifazat simetric are tensiunea de linie, la borne, de 380 V si absoarbe o putere de 3 KW la un factor de putere de $\cos\varphi = 0,8$. Sa se calculeze tensiunea de linie la bornele de intrare ale liniei de alimentare lunga de 2 km, daca aceasta are rezistenta liniara $R_{l0} = 5 \cdot 10^{-4} \Omega/m$ si inductivitatea liniara $L_{l0} = 3,18 \mu H/m$. Frecventa tensiunilor sinusoidale este 50 Hz.

$$R: U_1 = 440 \text{ V.}$$

7.9. Un receptor trifazat este alcatuit din impedantele $Z_{12} = 10 \Omega$; $Z_{23} = 20 \angle -30^\circ \Omega$ si $Z_{31} = 20 \angle 30^\circ \Omega$, legate in triunghi. Sa se calculeze curentii de faza si de linie si puterile receptorului, când la bornele sale se aplica un sistem de tensiuni de linie simetric de valori eficace 200 V si succesiune: a) direct; b) inversa.

$$\underline{I}_{12} = 20 \text{ A}; \underline{I}_{23} = 10 \angle -90^\circ \text{ A}; \underline{I}_{31} = 10 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$R: a) \underline{I}_1 = 22,4 \angle -26^\circ 30' \text{ A}; \underline{I}_2 = 22,4 \angle -153^\circ 30' \text{ A}; \underline{I}_3 = 20 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$S = P = 7.460 \text{ W}$$

$$b) \underline{I}_{12} = 20 \text{ A}; \underline{I}_{23} = 10 \angle 151^\circ \text{ A}; \underline{I}_{31} = 10 \angle -150^\circ \text{ A}$$

$$\underline{I}'_1 = 29 \angle 95^\circ 4' \text{ A}; \underline{I}'_2 = 29 \angle 170^\circ 6' \text{ A}; \underline{I}'_3 = 10 \angle -90^\circ \text{ A.}$$

7.10. Sa se calculeze curentii de linie absorbiti de la reseaua trifazata de 208 V de receptorul din fig. 7.10, având $R = 10 \Omega$.

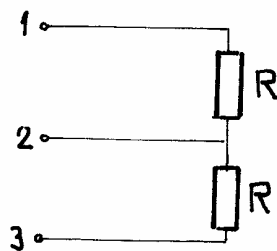


Fig. 7.10

$$R: \underline{I}_{12} = 20,8 \text{ A}; \underline{I}_{23} = 20,8 \angle -120^\circ \text{ A}; \underline{I}_1 = 20,8 \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = 36 \angle -150^\circ \text{ A}; \underline{I}_3 = 20,8 \angle 60^\circ \text{ A.}$$