9. CIRCUITE ELECTRICE IN REGIM NESINUSOIDAL

9.1. DESCOMPUNEREA ARMONICA

Anterior am studiat regimul periodic sinusoidal al retelelor electrice, adica regimul permanent stabilit in retele liniare sub actiunea unor t.e.m. sinusoidale si de aceeasi frecventa.

In realitate, variatia in timp a t.e.m. se abate mai mult sau mai putin de la forma sinusoidala, datorita insasi a constructiei generatorului electric. Abaterea curbei de variatie periodica, in timp a unui curent sau tensiuni de la forma sinusoidala se numeste deformare sau distorsiune. Tensiunile si curentii nesinusoidali au in anumite situatii efecte daunatoare. Astfel, cuplul electromagnetic si factorul de putere al motoarelor de curent alternativ sunt mai mici in regim nesinusoidal fata de regimul sinusoidal. In regim nesinusoidal se pot produce rezonante de tensiune si curent, ce pot duce la strapungerea izolatiei conductoarelor etc.

In electrocomunicatii insa, efectele deformante pot fi utile (in scopul insusi a transmisiunii informatiilor prin semnale, de ex. modulatie) sau nu (de ex. distorsiunile sistemelor de transmisie, care reduc fidelitatea transmisiei realizate).

Ideea fundamentala care sta la baza studiului circuitelor in regim periodic nesinusoidal consta in descompunerea tuturor marimilor in sume (serii) de termeni sinusoidali.

Studiul comportarii circuitelor electrice liniare alimentate cu tensiune la borne nesinusoidala se poate face aplicând principiul superpozitiei. Tensiunea nesinusoidala se descompune in componente cu variatie sinusoidala numite armonici. Pentru fiecare componenta sinusoidala a tensiunii se determina cite un curent sinusoidal, apoi insumând acesti curenti, se obtine curentul total in circuit. Aceasta descompunere in componente sinusoidale a marimilor periodice nesinusoidale se numeste analiza spectrala sau analiza armonica (dezvoltare in serie Fourier).

Se considera tensiunea u(t) ce actioneaza la bornele unui circuit cu variatie periodica nesinusoidala, adica:

$$u(t)=u(t+kT) \qquad (9.1.1)$$

unde,

$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ este perioada (k = 1, 2, 3, …, N). O functie periodica nesinusoidala se dezvolta in seria Fourier sub forma:

$$u(t)=U_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t\right) \qquad (9.1.2)$$

unde U_0 este componenta continua (constanta) a tensiunii, iar A_n si B_n sunt coeficientii termenilor de ordinul n ai dezvoltarii in serie Fourier.

Dezvoltarea in serie Fourier mai poate fi scrisa si sub forma:

$$u(t)=U_0+\sum_{n=1}^{\infty}U_{nm}\sin(n\omega t+\varphi_n)=U_0+\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{2}U_n\sin(m\omega t+\varphi_n) \qquad (9.1.3)$$

unde

$$U_{nm}=\sqrt{2}U_n;\quad U_{nm}=\sqrt{A_n^{\,2}+B_n^{\,2}}$$

$$\text{sau } U_n=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{A_n^{\,2}+B_n^{\,2}} \quad \text{și} \quad \varphi_n=\operatorname{arctg}\frac{B_n}{A_n} \qquad (9.1.4)$$

sunt amplitudinea (U_{nm}), respectiv faza initiala a armonicii de ordinul n (φ_n).

Componenta armonica corespunzatoare la n=1 se numeste fundamentala (armonica de baza), având frecventa $f=\frac{\omega}{2\pi}$, iar componentele corespunzatoare pentru n=2, 3,… se numesc armonici superioare.

In aplicatiile practice, numarul armonicilor superioare semnificative este limitat, astfel ca dezvoltarea in serie Fourier a marimilor periodice nesinusiodale contine un numar finit de termeni. Problema care se pune este determinarea coeficientilor U_0, A_n, B_n, respectiv amplitudinii U_{nm} si a fazei initiale φ_n.

Problema se rezolva având in vedere urmatoarele relatii evidente:

$$\int_0^T \sin n\omega t dt = 0; \quad \int_0^T \cos n\omega t dt = 0$$

$$\int_0^T \sin n\omega t \sin\lambda\omega t dt = \frac{1}{2}\int_0^T [\cos(n-\lambda)\omega t - \cos(n+\lambda)\omega t] dt = \begin{cases} 0 & \text{pentru } n \neq \lambda \\ \frac{T}{2} & \text{pentru } n = \lambda \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos n\omega t \cos\lambda\omega t dt = \frac{1}{2}\int_0^T [\cos(n-\lambda)\omega t + \cos(n+\lambda)\omega t] dt =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{pentru } n \neq \lambda \\ \frac{T}{2} & \text{pentru } n = \lambda \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin n\omega t \cos\lambda\omega t dt = \frac{1}{2}\int_0^T [\sin(n-\lambda)\omega t + \sin(n+\lambda)\omega t] dt = 0$$

cu care din relatia (9.2) se obtine:

$$\int_0^T u(t)\sin n\omega t dt = \frac{1}{2}A_n T; \quad \int_0^T u(t)\cos n\omega t dt = \frac{1}{2}B_n T$$

din care se obtin valorile coeficientilor A_n, B_n și U_o.

$$\left.\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T u(t) dt; \\ A_n &= \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin n\omega t dt \\ B_n &= \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos n\omega t dt \end{aligned}\right\} \qquad (9.1.5)$$

9.1.1. Cazuri particulare

a) Daca functia u(t) este impara, adica u(-t)= -u(t), din relatiile (9.1.5) rezulta $U_0 = 0$ și $B_n = 0$, iar dezvoltarea in serie Fourier capata forma:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin n\omega t \qquad (9.1.6)$$

cu $U_{nm} = A_n$ și $\varphi_n = \operatorname{arctg}\dfrac{B_n}{A_n} = o$

b) Daca functia u(t) este para, adica u(-t)=u(t), $A_n = 0$ si dezvoltarea in serie Fourier capata forma:

$$u(t)=U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \cos n\omega t \qquad (9.1.7)$$

cu $U_{nm} = B_n$ și $\varphi_n = \operatorname{arctg}\dfrac{B_n}{A_n} = \operatorname{arctg}(\infty) = \dfrac{\pi}{2}$

iar $\sin\left(n\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos n\omega t.$

c) Daca functia u(t) este simetrica, adica $u(t) = u\left(t \pm \dfrac{\pi}{2}\right)$, rezulta $U_0 = 0$, iar amplitidinile de ordin par $A_2, A_4, A_6 \ldots, B_2, B_4, B_6, \ldots$ sunt nule. In aceasta situatie u(t) contine numai armonici impare.

Prin descompunerea ei in armonici, rezulta numai armonicile de ordin impar in sinus:

$$u(t)= \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin n\omega t, \quad (n = 1, 3, 5) \qquad (9.1.8)$$

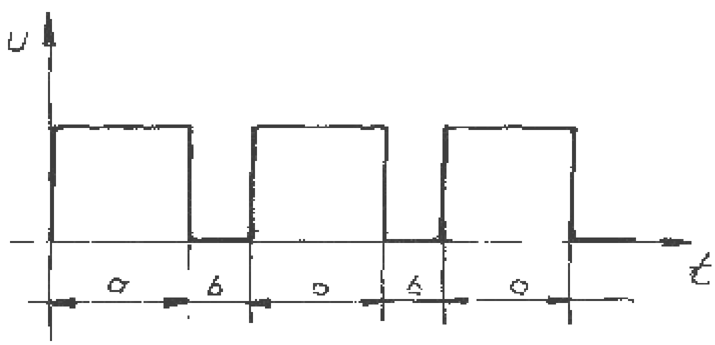

Fig. 9.1.1.

Exemplu: Sa se descompuna in armonici tensiunea periodica nesinusoidala u(t) cu variatie in timp sub forma de impulsuri dreptunghiulare (fig. 9.1.1), având perioada $T=\dfrac{2\pi}{\omega} = a + b$.

Tensiunea u(t) se dezvolta in serie Fourier conform relatiei (9.1.2).

$$u(t)=U_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t\right)$$

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^{a+b} Udt$$

$$\Rightarrow U_0 = \frac{1}{T}\int_0^a Udt = \frac{a}{T}U = \frac{a}{a+b}U \quad [U \text{ pe } b = 0]$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin n\omega t dt = \frac{2}{a+b}\int_0^{a+b} U\sin n\omega t dt =$$

$$= \frac{2U}{a+b}\int_0^a \sin n\omega t dt = \frac{2U}{a+b}\cdot\frac{1}{n\omega}(1-\cos n\omega a)$$

$$\Rightarrow A_n = \frac{U}{n\pi}\left(1-\cos n\frac{2\pi a}{a+b}\right) \text{ unde } (a+b)\omega = 2\pi$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos n\omega t dt = \frac{2}{a+b}\int_0^{a+b} U\cos n\omega t dt = \frac{2}{a+b}\int_0^a U\cos n\omega t dt =$$

$$= \frac{2U}{a+b}\cdot\frac{1}{n\omega}\sin n\omega a = \frac{U}{n\pi}\sin n\frac{2\pi a}{a+b}$$

de unde se determina A_1, B_1, A_2, B_2 dând lui n valorile corespunzatoare.

9.1.2. Valorile efective ale curentului si tensiunii in regim nesinusoidal

Valoarea efectiva I a unui curent periodic nesinusoidial i(t) se defineste la fel ca si valoarea efectiva a curentului sinusoidal.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} \tag{9.1.9}$$

Prin dezvoltarea in serie Fourier a curentului periodic nesinusoidial se obtine:

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm}\sin(n\omega t - \varphi_n) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} i_n(t) \tag{9.1.10}$$

unde I_0 este componenta continua (constanta), iar

$$i_1(t) = I_{1m}\sin(\omega t - \varphi_1)$$
$$i_2(t) = I_{2m}\sin(2\omega t - \varphi_2)$$
$$i_3(t) = I_{3m}\sin(3\omega t - \varphi_3)$$

Patratul valorii instantanee a curentului nesinusoidal va fi:

$$i^2(t) = [I_0 + i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)...]^2 = \sum_{n=0}^{\infty} i_n^2(t) + 2\sum_{\substack{\lambda,n=0\\ \lambda\neq n}}^{\infty} i_n(t)\cdot i_\lambda(t) \tag{9.1.11}$$

unde se tine seama ca $i_0(t) = I_0$.

$$\text{Deci } I^2 = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{T}\int_0^T i_n^2(t)dt + 2\sum_{\substack{\lambda,n=0\\ \lambda\neq n}} 1/T\int_0^T i_n(t)\cdot i_\lambda(t)dt \tag{9.1.12}$$

Al doilea termen al relatiei (9.1.12) este nul, asa ca valoarea efectiva a armonicii de ordinul n a curentului este:

$$I_n^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i_n^2 dt \tag{9.1.13}$$

$$I^2 = I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + ... \quad \text{unde } I_{nm} = \sqrt{2}I_n$$

sau

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \qquad (9.1.14)$$

Valoarea efectiva a unui curent periodic nesinusoidal este egala cu radacina patrata a sumei patratelor valorilor efective ale armonicelor lor, adunata cu patratul componentei continue.

Printr-un rationament asemanator, valoarea efectiva a unei tensiuni nesinusoidale este:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots} \qquad (9.1.15)$$

Abaterea unei marimi periodice nesinusoidale de la forma sinusoidala este caracterizata prin coeficientul de distorsiune K_d, definit de raportul dintre valoarea efectiva a tuturor armonicelor superioare (deci fara cea fundamentala) si valoarea efectiva a marimii nesinusoidale, mai putin componenta continua care nu afecteaza forma, adica:

$$K_{di} = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots}}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} {I_n}^2}{\sum_{n=1}^{\infty} {I_n}^2}} = \frac{I_d}{\sqrt{I^2 - {I_0}^2}} \qquad (9.1.16)$$

$$K_{du} = \frac{\sqrt{{U_2}^2 + {U_3}^2 + \dots}}{\sqrt{{U_1}^2 + {U_2}^2 + {U_3}^2}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} {U_n}^2}{\sum_{n=1}^{\infty} {U_n}^2}} = \frac{U_d}{\sqrt{U^2 - {U_0}^2}} \qquad (9.1.17)$$

unde I_d si U_d se mai numesc reziduul deformant referitor la curenti, respectiv la tensiuni. Se observa ca $0<k_d<1$.

In electronica, o marime se considera sinusoidala daca coeficientul de distorsiune este mai mic decât 5%.