

**ADRIAN PLEȘCA**

**CALCULUL NUMERIC AL APARATELOR  
ELECTRICE**

**ELEMENTE DE PROIECTARE**



**IAȘI – 2014**

A.T. PLEȘCA

## CALCULUL NUMERIC AL APARATELOR ELECTRICE

### ELEMENTE DE PROIECTARE

Referenți științifici: Prof.univ.dr.ing. Maricel ADAM  
Prof.univ.dr.ing. Dorel CERNOMAZU

Lucrare elaborată în cadrul Programului Capacități, Contract Bilateral România  
– China, Modul III, grant nr. 610/01.01.2013



## PREFAȚĂ

Rezolvarea problemelor specifice aparatelor electrice, funcționarea acestora în regim permanent sau tranzitoriu, a impus utilizarea metodelor numerice și a diferitelor dispozitive de calcul. Practica arată faptul că de multe ori, chiar calculul unor circuite simple este dificil, iar utilizând metodele analitice exacte sau aproximative, nu se poate obține întotdeauna rezolvarea problemei propuse. Se poate menționa faptul că în afara ecuațiilor liniare cu coeficienți constanți, sunt foarte puține formule care oferă soluții evidente și pot fi exprimate prin funcții simple. Astfel, pentru calculul aparatelor electrice se folosesc metode numerice adecvate.

Câteva considerații generale privind contactoarele electromagnetice, urmat de descrierea modului de calcul a diferitelor componente principale ale acestora (căi de curent, contacte electrice, camere de stingere specifice contactoarelor de curent continuu, respectiv, curent alternativ, mecanismul de acționare, electromagneți de curent continuu și de curent alternativ), constituie prima parte a acestei lucrări dedicată calcului numeric al aparatelor electrice.

Descrierea pachetului software MATLAB, operațiile aritmetice de bază, integrarea și derivarea numerică și aspecte referitoare la modul de realizare a graficelor în MATLAB, alcătuiesc conținutul părții a doua a acestui îndrumar privind calcul numeric al aparatelor electrice de joasă tensiune.

Ultimul capitol prezintă exemple concrete de realizare a calculului numeric pentru un contactor electromagnetic de curent continuu, precum și o analiză termică a unei siguranțe având fuzibilul de secțiune circulară.

O serie de anexe în care sunt redate valori standardizate pentru conductoarele de cupru, caracteristici ale materialelor magnetice, conductoare, izolatoare, componentele principale ale contactoarelor electromagnetice trifazate, precum și date de catalog ale contactoarelor de forță fabricate de Electroaparataj, Moeller și Schneider Electric, împreună cu o bibliografie bogată și de dată recentă, completează pe ansamblu această lucrare, care se dorește a fi un punct de plecare în calculul numeric al aparatelor electrice, și nu numai.

Prin conținutul ei, lucrarea se adresează unui cerc larg de specialiști și studenți cu activitate în profilurile electric, energetic și electromecanic, dar poate fi consultată, cu real folos, de orice inginer.

Iași, 1 decembrie 2014

Autorul

## CUPRINS

1. CALCULUL CONTACTOARELOR ELECTROMAGNETICE .....	5
1.1. Parametri, clasificare și construcție .....	5
1.2. Metodologia de calcul pentru contactoarele electromagnetice...	11
2. CALCULUL CĂILOR DE CURENT .....	13
2.1. Introducere .....	13
2.2. Calculul conductoarelor cu aceeași secțiune în lungul dimensiunii longitudinale .....	13
2.3. Calculul de dimensionare a căilor de curent care au secțiuni diferite în direcția longitudinală .....	18
2.4. Metodologia de calcul a căilor conductoare .....	20
3. CALCULUL CONTACTELOR ELECTRICE .....	23
3.1. Alegerea formei constructive a contactelor .....	23
3.2. Calculul contactelor în regim de lungă durată.....	27
3.3. Rezistența de stricțiune .....	29
3.4. Forța de apăsare în contact.....	30
3.5. Căderea de tensiune pe rezistența de stricțiune.....	31
3.6. Metodologia de calcul a contactelor.....	32
4. CALCULUL CAMERELOR DE STINGERE .....	35
4.1. Considerații generale.....	35
4.2. Calculul parametrilor care definesc arcului electric de comutație.....	36
4.3. Tipuri de camere de stingere pentru aparatele de joasă tensiune.....	38
4.4. Calculul camerelor de stingere ale aparatelor de comutație de joasă tensiune de curent continuu.....	39
4.5. Calculul lungimii critice $l_{cr}$ a arcului electric.....	40
4.6. Dimensionarea camerei de stingere cu fantă longitudinală situată în câmp magnetic transversal.....	41
4.7. Calculul camerelor de stingere ale aparatelor de joasă tensiune de curent alternativ.....	42
4.8. Calculul camerei de stingere cu grile metalice.....	44
4.9. Metodologia de calcul a camerelor de stingere.....	45
5. CALCULUL CINEMATIC AL MECANISMELOR DE ACȚIONARE ....	50
5.1. Schema cinematică a aparatului. Determinarea parametrelor cinematice .....	50
5.2. Calculul și reducerea forțelor active .....	51

5.3. Construcția caracteristicii forțelor active și a celor rezistente .....	51
5.4. Corelarea caracteristicilor forțelor active și rezistente .....	53
6. CALCULUL ELECTROMAGNEȚILOR DE CURENT CONTINUU .....	56
6.1. Calculul fluxului magnetic corespunzător valorii critice a forței.....	56
6.2. Calculul circuitului magnetic pe porțiuni .....	56
6.3. Caracteristicile forței electromagnetice active.....	59
6.4. Calculul circuitului magnetic și trasarea caracteristicilor forței active pentru un electromagnet de construcție dată .....	61
6.5. Metodologia de calcul a unui electromagnet de curent continuu.....	62
7. CALCULUL ELECTROMAGNEȚILOR DE CURENT ALTERNATIV...	64
7.1. Metode de calcul .....	64
7.2. Calculul spirelor ecran .....	66
7.3. Calculul solenației înfășurării.....	70
7.4. Calculul parametrilor electrici ai înfășurării pe baza parametrilor magnetici ai acesteia .....	71
7.5. Calculul și construcția caracteristicilor forței electromagnetice active.....	72
7.6. Metodologia de calcul a electromagnetului de curent alternativ.....	73
8. INTRODUCERE ÎN MATLAB .....	77
8.1. Considerații generale .....	77
8.2. Fereastra principală MATLAB ( <i>MATLAB Desktop</i> ).....	81
8.3. Fereastra de reprezentari grafice în Matlab ( <i>figure</i> ).....	86
8.4. Pachetul SIMULINK.....	88
9. OPERAȚII ARITMETICE DE BAZĂ ÎN MATLAB .....	92
9.1. Scrierea expresiilor matematice .....	92
9.2. Operatori și funcții .....	93
9.3. Help.....	96
9.4. Formatul datelor.....	96
9.5. Opțiuni de salvare.....	97
9.6. Matrici, vectori și polinoame.....	98
9.7. Media și mediana.....	105
9.8. Sume și produse.....	106
9.9. Valori nedefinite.....	107
9.10. Minimizarea funcțiilor.....	107
9.11. Interpolarea datelor.....	109
9.12. Interpolarea funcțiilor de o singură variabilă.....	110
9.13. Interpolarea multiplă.....	113
9.14. Aproximarea prin metoda celor mai mici pătrate.....	114
10. INTEGRAREA ȘI DERIVAREA NUMERICĂ ÎN MATLAB.....	117
10.1. Integrarea și derivarea numerică a funcțiilor .....	117
10.2. Derivarea numerică .....	120

11. GRAFICĂ ÎN MATLAB.....	123
11.1. Reprezentarea grafică în coordonate liniare .....	123
11.2. Reprezentări grafice speciale X-Y .....	127
11.3. Reprezentări grafice 3D.....	130
11.4. Reprezentare grafică multiplă.....	131
11.5. Grafice de tip suprafață /mesh.....	133
12. EXEMPLE DE APLICAȚII ÎN MATLAB.....	135
12.1. Calculul numeric al unui contactor de curent continuu .....	135
12.2. Calculul timpului de topire la un fuzibil cu secțiune circulară...	145
ANEXA 1 – CONDUCTOARE DIN CUPRU.....	149
ANEXA 2 – MATERIALE MAGNETICE .....	151
ANEXA 3 – MATERIALE CONDUCTOARE .....	162
ANEXA 4 – MATERIALE IZOLANTE .....	164
ANEXA 5 – CONSTANTE FIZICE. DATE ASUPRA GAZELOR .....	166
ANEXA 6 – COMPONENTELE PRINCIPALE ALE CONTACTOARELOR ELECTROMAGNETICE.....	167
ANEXA 7 – DATE CATALOG CONTACTOARE DE FORȚĂ FABRICAȚIE ELECTROAPARATAJ.....	177
ANEXA 8 – DATE CATALOG CONTACTOARE DE FORȚĂ FABRICAȚIE MOELLER.....	180
ANEXA 9 – DATE CATALOG CONTACTOARE DE FORȚĂ FABRICAȚIE SCHNEIDER ELECTRIC.....	185
ANEXA 10 – FUNCȚII UZUALE ÎN MATLAB.....	189
BIBLIOGRAFIE.....	195

## Capitolul 1

# CALCULUL CONTACTOARELOR ELECTROMAGNETICE

### 1.1. Parametri, clasificare și construcție

Contactoarele sunt aparate electrice de comutație cu o singură poziție de repaus, acționate altfel decât manual, capabile de a închide, de a suporta și întrerupe curenții în condițiile normale de funcționare ale circuitului, inclusiv curenții de suprasarcină; de asemenea, în poziția închis pot suporta o durată scurtă curenții de scurtcircuit. Se specifică următorii parametri nominali ai contactoarelor:

- *Tensiunea nominală*  $U_n$  pentru care este construit contactorul, reprezintă tensiunea din circuitul contactelor principale, la care se dimensionează izolația aparatului, precum și capacitatea sa de rupere;
- *Tensiunea de serviciu*  $U_s$ , reprezintă tensiunea la care este folosit aparatul și care poate fi mai mică sau cel mult egală cu  $U_n$ ;
- *Tensiunea de comandă*  $U_c$ , este tensiunea de alimentare a înfășurării electromagnetului de acționare (la contactoarele electromagnetice) sau a bobinei electrovalvei (la cele pneumatice). Aceasta are o valoare stabilită în funcție de modul de alimentare al bobinei;
- *Curentul nominal*  $I_n$  reprezintă valoarea maximă standardizată a curentului pe care îl poate suporta contactorul, fără ca să depășească în regimul de lungă durată valorile admisibile ale încălzirilor;
- *Frecvența de acționare*  $f_c$  reprezintă numărul maxim de acționări pe care îl poate suporta contactorul în decursul unei ore;
- *Durata relativă de conectare*  $D_c$ , este dată de relația:

$$D_c = \frac{t_1 \cdot 100}{t_c} = \frac{t_1}{t_1 + t_p} \cdot 100 \text{ [%]}$$

unde:

- $t_1$  - reprezintă timpul de lucru,
- $t_p$  - reprezintă timpul de pauză,
- $t_c$  - reprezintă durata unui ciclu.

-*Rezistența la uzură (mecanică)* reprezintă durata de viață a contactorului, adică numărul de acționări pe care îl poate suporta contactorul în gol, fără defectări,

fiind acționat de către mecanismul său de acționare. Numărul de acționări sub sarcină pe care contactorul îl poate suporta fără defectări și fără a necesita schimbarea pieselor sale de contact, este rezistența la uzura electrică. În funcție de tipul contactorului, aceasta reprezintă (5...10)% din cea mecanică, care este cuprinsă între  $2.5 \cdot 10^5$  și  $10^7$  acționări;

- *Capacitatea de închidere și respectiv capacitatea nominală de rupere* reprezintă valoarea curentului pe care contactorul îl poate conecta, respectiv deconecta de un anumit număr de ori, fără a se produce sudarea, sau o uzură exagerată a contactelor; aceste mărimi sunt definite pentru valori anumite ale tensiunii și constantei de timp (în curent continuu) sau a factorului de putere al circuitului, (în curent alternativ);

- *Consumul bobinei* în funcționarea la regim permanent și la anclanșare [VA];

- *Caracteristicile de timp*: timpul de închidere și respectiv de deschidere, durata arcului, timpul total de deschidere adică suma dintre timpul propriu și durata de ardere a arcului electric de comutație, durata de vibrație (timpul de la prima atingere a pieselor de contact și pînă la închiderea lor definitivă);

- *Regimul de lucru* este definit prin capacitatea de închidere sau de rupere în cazul funcționării normale sau ocazionale.

Din punctul de vedere al destinației, contactoarelor de joasă tensiune se clasifică în :

- *Contactoare de curent continuu*, codificate cu denumirile DC-1...DC-5, în funcție de utilizarea la comutația sarcinilor neinductive sau slab inductive

( $\frac{L}{R} = 10^{-3}$  s) tipul DC-1 pînă la tipul DC-5, destinat pornirii motoarelor serie,

funcționării acestora cu șocuri și cu schimbarea sensului de rotație ( $\frac{L}{R} =$

$7.5 \cdot 10^{-3}$  s);

- *Contactoarele de curent alternativ*, codificate cu AC-1.. AC-4, destinate pentru comutația sarcinilor neinductive sau slab inductive (tipul AC-1, la  $\cos \varphi = 0.95$ ), pînă la pornirea motoarelor asincrone cu rotorul în scurtcircuit, funcționare cu șocuri și inversarea sensului de rotație (contact torul de tipul AC-4 la  $\cos \varphi = 0.35$ ).

După felul deplasării contactelor mobile, contactoarele se clasifică în:

- *Contactoare cu mișcare de translație* a echipajului mobil pe verticală sau pe orizontală; din acestea fac parte contactoarele de c.a. în aer sau ulei;

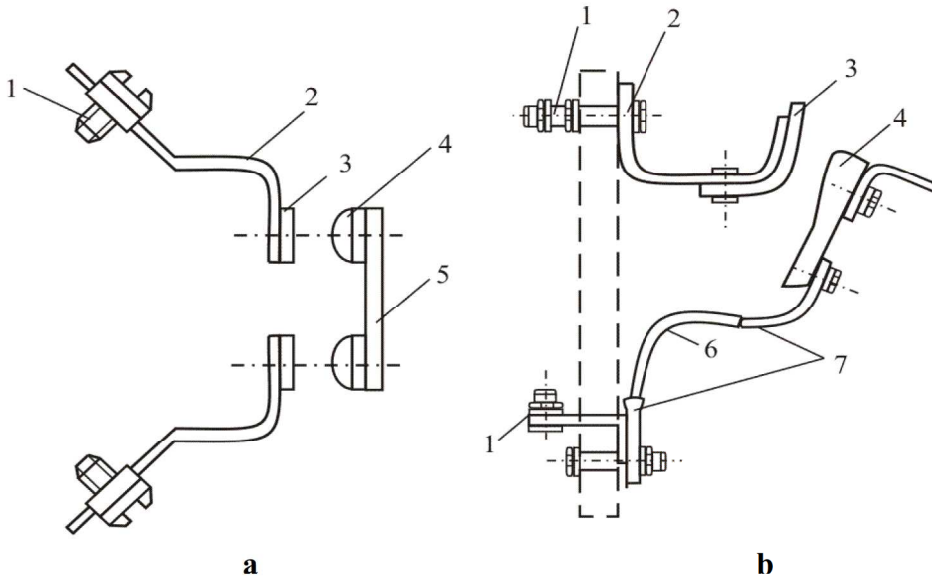
- *Contactoare cu mișcare de rotație* (contactoarele de curent continuu, și cele de curent alternativ de curenți nominali mari, sau de regim greu (AC-4));

- *Contactoarele cu mișcare combinată* (contactoare de curent alternativ în aer avînd curentul nominal peste 100 A); la acestea armătura electromagnetului are o mișcare de rotație, care imprimă contactelor o mișcare de translație, diminuând viteza cu care se ciocnesc contactele, și contribuind astfel la reducerea uzurii acestora.

În Fig. 1.1 sunt prezentate părțile componente ale căii de curent a unui



contactor; se observă faptul că în cazul contactoarelor cu mișcare de rotație, la care contactele sînt realizate din cupru, contactul mobil (4) a fost astfel realizat încît să asigure o rostogolire și o alunecare în raport cu contactul fix (3), după ce atingerea dintre acestea a avut loc. Consecința acestei deplasări reciproce este ruperea mecanică a peliculei disturbatoare care se formează pe suprafața contactelor din cupru, și deci asigurarea realizării contactului electric pe o suprafață curată de metal. La contactele din cupru argintate, deplasarea reciprocă nu este necesară și nici recomandabilă, datorită faptului că pe de o parte pelicula disturbatoare nu se formează, iar pe de altă parte, o asemenea deplasare ar determina înlăturarea acoperirii galvanice cu argint, datorită rezistenței mecanice relativ mici a argintului. Deplasarea reciprocă a contactelor se asigură prin cursa în contact.



**Fig. 1.1.** Forme constructive adoptate pentru realizarea căilor de curent de la contactoare : a) contactor cu mișcare de translație ; b) contactor cu mișcare de rotație. 4 — bornă; 2 — suportul, contactului; 3 — contact fix ; 4 — contact mobil; 5 — punte de racord ; 6 — conductor flexibil ; 7 — papuci de cablu.

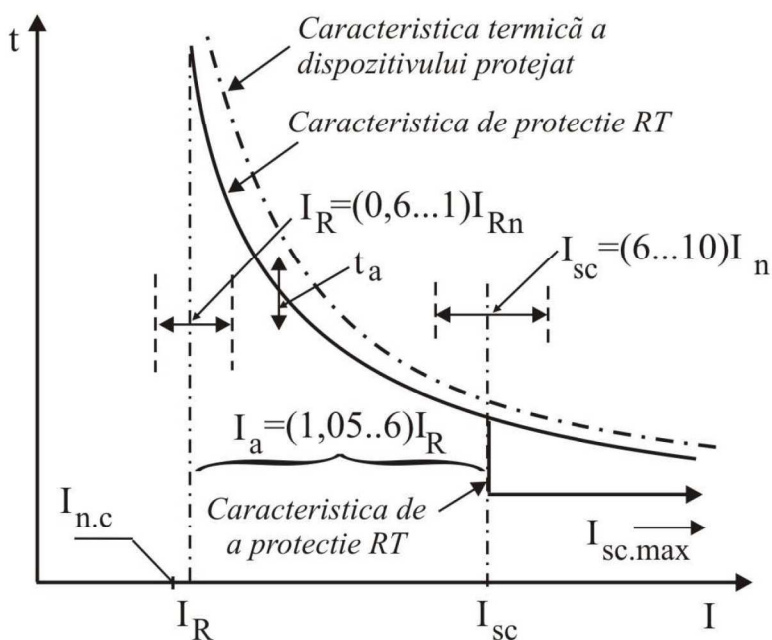
Pentru a evita sudarea contactelor atunci când contactorul este închis pe scurtcircuit, trebuie ca din momentul atingerii contactelor, între acestea să fie asigurată o valoare suficientă a forței de apăsare; acest deziderat se rezolvă prin precomprimarea resoartelor contactelor, astfel încît să asigure în momentul atingerii contactelor o valoare a forței de apăsare de (70...75)% din cea finală. Se recomandă următoarele valori ale forței specifice  $f[\text{gf}/\text{A}]$  de apăsare în contacte:

Contactoare în aer:

- contacte din argint: 4...11;
- contacte din cupru: 12...17.

Contactoare în ulei – contacte pentru  $I_n \geq 600$  A: 15...20.

La contactoare, protecția împotriva scurtcircuitelor este asigurată prin siguranțe fuzibile, sau prin întreruptoare montate în amonte de contactor aceasta pentru că echiparea contactorului cu un releu electromagnetic care să-i comande deschiderea în momentul apariției scurtcircuitului este contraindicată, deoarece contactoarele, neavând capacitate de rupere a curenților de scurtcircuit, vor fi distruse la deconectarea acestora. Există contactoare echipate cu relee termice și electromagnetice; astfel de contactoare pot fi montate doar în puncte ale circuitului în care puterea de scurtcircuit este limitată la o anumită valoare, sau unde s-a prevăzut o protecție suplimentară prin siguranțe fuzibile, care să întrerupă curenții ce depășesc capacitatea de rupere a contactorului. În astfel de cazuri trebuie realizată o coordonare a caracteristicilor de protecție a diferitelor aparate utilizate, Fig. 1.2.

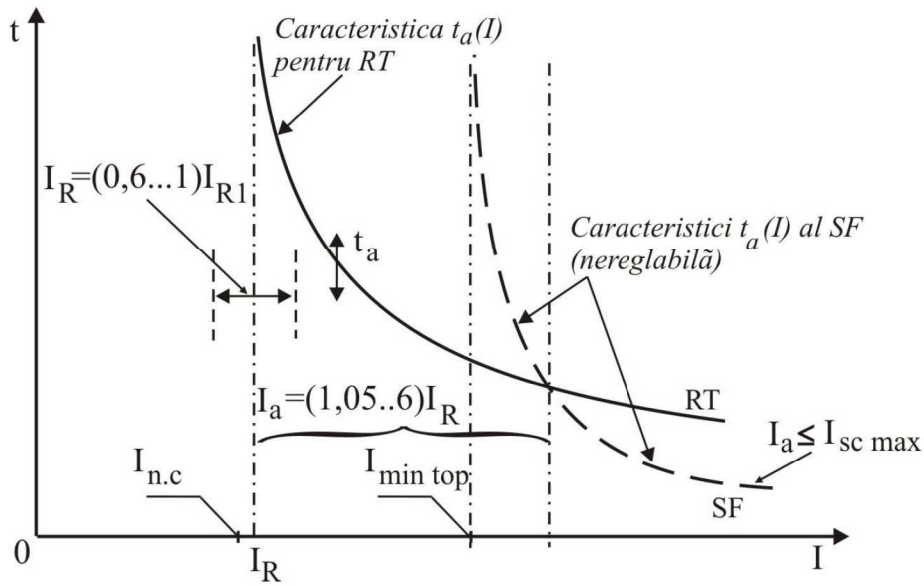


**Fig. 1.2.** Coordonarea protecției: RT – bloc rele termice; RE – bloc rele electromagnetice;  $I_{n.c}$  – curentul nominal al consumatorului;  $I_{Rn}$  – curentul nominal al RT;  $I_R$  – curentul reglat al RT;  $I_a$  – curentul de acțiune al RT;  $I_n$  – curentul nominal al RE;  $I_{sc}$  – curentul de acțiune al RE;  $t_a$  – timp de acțiune

Blocul de rele asigură o caracteristică de protecție reglabilă realizată cu rele



termice RT, pentru zona protecției la suprasarcină și cu relee electromagnetice RE, pentru zona protecției la scurtcircuit. Dacă lipsesc dispozitivele electromagnetice, funcția acestora se asigură cu siguranțe fuzibile SF, Fig. 1.3.



**Fig. 1.3** Coordonarea protecției între blocul de relee termice RT și siguranțe fuzibile SF

Folosirea releelor termice pentru protecția împotriva suprasarcinilor este bazată pe principiul imaginii termice, adică pe reproducerea de către bimetal a variației de temperatură din circuitul de protejat, lucru posibil datorită faptului că curentul ce străbate bimetalul este proporțional cu cel din circuitul de protejat. La depășirea curentului de reglaj, după un timp ce depinde de valoarea supracurentului, piesa 4, Fig. 1.4, prin împingerea resortului săritor (lamela elastică 5), produce întreruperea contactului normal închis A-B înseriat cu bobina contactorului, respectiv închide contactul normal deschis A-C ce poate fi introdus într-o schemă de semnalizare. În cazul supracurenților de scurtă durată (de exemplu pornirea motorului) sau a funcționării îndelungate la curentul nominal, lamelele de bimetal se curbează dar nu suficient pentru a acționa contactul. Pentru a face blocul de relee termobimetalice insensibil la modificările temperaturii ambiante, acesta se echipează cu dispozitive de compensare termică, prin utilizarea unui bimetal de compensare. Pentru a reduce consumul bobinei contactorului de curent continuu în poziția anclanșată a acestuia, prin intermediul unui contact normal închis se introduce în serie cu bobina de excitație o rezistență economizoare, care în situația când contactorul este declanșat este scurtcircuitată de către contactul respectiv.

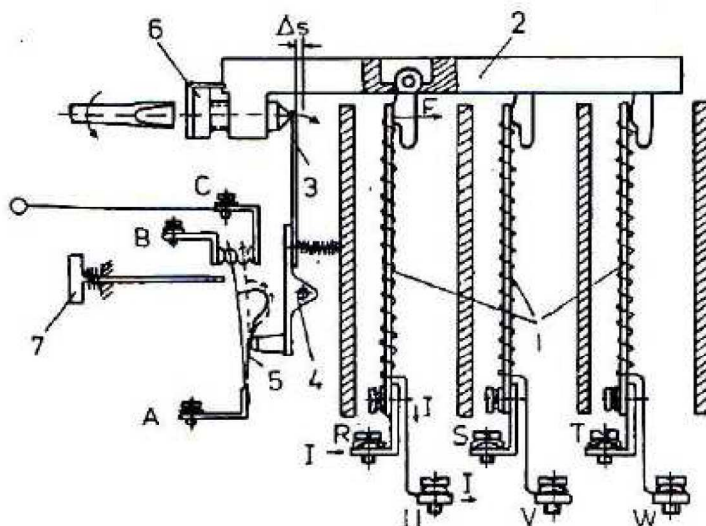


Fig. 1.4 Bloc releu termic cu bimetal

La contactoarele de curent alternativ prezența rezistenței economizoare nu este necesară, datorită faptului că la acestea în poziția anclanșată, curentul din bobină scade mult în raport cu valoarea sa din poziția declanșată.

La contactoarele de curent alternativ timpii de închidere sunt cuprinși în funcție de puterea nominală a motoarelor între (6...60)ms, iar cei de deschidere, între (4...40)ms. Viteza contactului mobil la capătul cursei de închidere, este de (0.5...1.5)m/s. La contactoarele în ulei, cu  $I_n < 200$  A, timpii de închidere sunt cuprinși între (25...45)ms, iar pentru  $I_n > 200$  A, între (50...75)ms. La aceste contactoare timpul total de deschidere atinge 0.1 s.

Contactoarele de medie tensiune îndeplinesc același rol ca și cele de joasă tensiune fiind însă construite pentru tensiuni nominale pînă la 10KV și curenți nominali pînă la 1 kA, cu puteri de rupere de pînă la 20 MVA. Acest tip de contactoare se utilizează pentru comanda motoarelor asincrone și sincrone, a cuptoarelor electrice și a bateriilor de condensatoare. Protecția circuitelor în care funcționează contactoarele de medie tensiune se realizează cu siguranțe fuzibile și cu relee electrotermice. Contactoarele de medie tensiune permit, față de întreruptoarele de medie tensiune, o funcționare cu o frecvență mult sporită, aproximativ 150 conectări/oră.

Contactoarele de medie tensiune sînt destinate pornirii, opririi și inversării de sens a motoarelor trifazate cu  $U_n = 7.2$  kV și  $f = 50$  Hz, fiind proiectate numai pentru funcționarea în instalații de interior, în absența poluării cu praf, sau gaze toxice. Capacitatea de deconectare a acestor contactoare la  $1.1U_n$  și  $\cos \varphi = 0.35$  este cuprinsă între (200...800)A, în funcție de valoarea  $I_n$  a contactorului; curenții de stabilitate termică sînt de (2...5)kA/1s, iar cei de stabilitate

dinamică (9...12)kA<sub>max</sub>. Durata relativă de conectare este de 100%, iar rezistența la uzură mecanică de  $1.2 \cdot 10^6$  cicluri.

Stingerea arcului electric se efectuează folosind o cameră de stingere bazată pe principiul de ion, combinat cu suflajul magnetic produs de o bobină (pe fiecare fază) parcursă de către curentul de deconectat. Pentru o alungire suplimentară a arcului electric, în partea superioară a camerei de stingere este prevăzută o diafragmă din carton electrotehnic. Electromagnetul de acționare este cu mișcare de rotație, prevăzut cu rezistență economizoare, și alimentat cu tensiune continuă de 220 V.

## 1.2. Metodologia de calcul pentru contactoarele electromagnetice

1. *Calea de curent* este compusă din următoarele subansamble:

- a) barele de racord dintre contacte și bornele exterioare;
- b) bornele de racord în circuitul exterior;
- c) racordul flexibil (în cazul contactoarelor cu mișcare de rotație);
- d) contactele de comutație;
- e) bobina de suflaj magnetic.

După adoptarea formei constructive a căii de curent, se determină secțiunea acesteia și se dimensionează racordurile fixe de contact.

2. *Contactele de comutație* se vor dimensiona după alegerea materialului și a formei lor constructive. Se efectuează calculul amplitudinii și a duratei vibrațiilor contactelor; dacă amplitudinea și durata vibrațiilor depășesc valorile admise, se vor adopta măsuri constructive adecvate pentru reducerea lor. În continuare se va efectua calculul de durabilitate.

3. *Sistemul de stingere a arcului electric* se stabilește alegând tipul adecvat de cameră de stingere și dimensiunile ei principale, după ce s-a calculat valoarea critică  $I_{cr}$  a curentului deconectat ținându-se cont de destinația contactorului proiectat și de parametrii săi nominali;

4. *Calculul mecanismului de acționare*. Schema cinematică adecvată se adoptă în funcție de tipul contactorului proiectat, după care, folosind metoda de reducere a forțelor, se construiește caracteristica forțelor rezistente, și apoi cea a forței electromagnetice active  $F_e$ , care trebuie să fie dezvoltată de către electromagnetul de acționare având grijă ca să fie respectate principiile de corelare dintre caracteristica  $F_e$  și cea a forțelor rezistente. Folosind metoda reducerii maselor și a momentelor de inerție se determină parametrii și caracteristicile cinematice ale contactorului proiectat.

5. *Dimensionarea electromagnetului de acționare*, are ca obiect determinarea parametrilor optima ai acestuia. Principala problemă care trebuie rezolvată, este calculul caracteristicii forței electromagnetice active și corelarea acesteia cu cea a forțelor rezistente, urmată de calculul solenăției necesare și a parametrilor bobinei electromagnetului de acționare.

Pe baza datelor din tema de proiectare, cât și a celor obținute în etapele anterioare de calcul, se stabilește forma constructivă optimă a electromagnetului necesar a fi proiectat. În continuare, se alege materialul circuitului magnetic,

valoarea inducției, și se calculează principalele dimensiuni ale circuitului magnetic și ale înfășurării de excitație.

Se construiește schema echivalentă a circuitului magnetic și pe baza acesteia se calculează reluctanțele și impedanțele magnetice corespunzătoare fluxului principal și de dispersie. Folosind aceste date, se calculează caracteristica forței electromagnetice active, valorile timpului de acționare și respectiv de revenire, cât și factorul de revenire al electromagnetului.

## CALCULUL CĂILOR DE CURENT

### 2.1. Introducere

Calculul căilor de curent cuprinde următoarele etape:

- Calculul de dimensionare a secțiunii transversale corespunzător funcționării în regimul nominal de lungă durată, sau în regim nominal intermitent (dacă acesta este specific funcționării aparatului proiectat);
- Calculul de verificare pentru regimul de scurtă durată (regimul de pornire pentru aparatele de pornire și pentru reglaj, și respectiv regimul de scurtcircuit, pentru celelalte aparate).

### 2.2. Calculul conductoarelor cu aceeași secțiune în lungul dimensiunii longitudinale

Secțiunea conductoarelor se poate alege în funcție de valoarea curentului nominal și de natura materialului, din tabele întocmite pentru conductoarele circulare și respectiv pentru cele de secțiune dreptunghiulară, în care este dată secțiunea conductoarelor din diverse materiale în funcție de valoarea curentului de regim permanent (DC 100%), sau de curentul corespunzător altor valori ale duratei de conectare ( $DC [\%] = \frac{t_l}{t_l + t_p} \cdot 100$  cu  $t_l$  – timpul de lucru și  $t_p$  – timpul de pauză).

Calculul de dimensionare a secțiunii transversale a conductorului are la bază ecuația de bilanț energetic scrisă pentru regimul termic de lungă durată:

$$P = k_c \cdot \vartheta_s \cdot S_l = K_R \cdot R_{\theta_s} \cdot I^2 \quad (2.1)$$

unde:

$\vartheta_s = \theta_s - \theta_a$ , reprezintă încălzirea suprafeței exterioare  $S_l$ , a conductorului parcurs de curentul  $I$ ;

$K_R = K_{pel} \cdot K_{pr} = \frac{R_{CC}}{R_{OC}}$  - factorul de funcționare în curent alternativ al conductorului, care înglobează influența efectelor peliculare ( $K_{pel}$ ) și de proximitate ( $K_{pr}$ );

$R_{\theta_s}$  reprezintă rezistența ohmică a conductorului, la temperatura  $\theta$ , aceasta putându-se calcula cu relația,

$$R_{\theta_s} = \rho_0(1 + \alpha_R \cdot \theta) \cdot \frac{l}{s} \quad (2.2)$$

iar  $S_l$  reprezintă suprafața laterală exterioară a conductorului cu  $p$  perimetrul secțiunii transversale  $s$  a conductorului,

$$S_l = p \cdot l \quad (2.3)$$

Din relațiile (2.1)...(2.3) se obține:

$$K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot \frac{l}{s} \cdot I^2 = k_t \cdot (\theta_s - \theta_a) \cdot p \cdot l$$

sau:

$$p \cdot s = \frac{K_R \cdot \rho_0 \cdot (1 + \alpha_R \cdot \theta_s) \cdot I^2}{k_t \cdot (\theta_s - \theta_a)} \quad (2.4)$$

În expresia de mai sus (2.4), nu se va introduce decât acea parte din perimetrul conductorului prin care se efectuează schimbul de căldură definit prin coeficientul  $\alpha_s$ ; dacă o parte a conductorului având perimetrul  $p_1$  este lipită de un suport de material izolator (către care cedarea de căldură este neglijabilă), atunci în formula (2.4) se va introduce  $(p - p_1)$  în locul valorii  $p$ . Pentru conductorul dreptunghiular neizolat, cu dimensiunile transversale  $(a \times b)$ , din relația (2.4) se obține:

$$2 \cdot (a + b) \cdot a \cdot b = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2}{k_t \cdot \theta_s} \quad (2.5)$$

de unde, folosind notația,

$$n = \frac{a}{b} \quad (2.6)$$

rezultă:

$$2 \cdot b \cdot \left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{a}{b} \cdot b^2 = 2 \cdot b^3 \cdot (1 + n) \cdot n = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2}{k_t \cdot \theta_s} \quad (2.7)$$

sau:

$$b = \sqrt[3]{\frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2}{2 \cdot n \cdot (1 + n) \cdot k_t \cdot \theta_s}} \quad (2.8)$$

Se aleg valorile standardizate cele mai apropiate (egale, sau imediat superioare) pentru dimensiunile  $a$  și  $b$  ale conductorului. Introducând aceste valori în relația (2.4), se calculează temperatura  $\theta_s$ .

Pentru conductorul rotund și neizolat, expresia (3.4) are următoarea formă:

$$\pi \cdot d \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2}{k_t \cdot \theta_s} \quad (2.9)$$

de unde:



$$d = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2}{\pi^2 \cdot k_{t_2} \cdot \theta_s}} \quad (2.10)$$

Mărimea diametrului  $d$  calculată cu relația (3.10) va rezulta din standarde la o valoare egală sau imediat superioară.

În situația când conductorul dreptunghiular sau rotund este acoperit cu două straturi de izolație având grosimile  $\delta_1$  și  $\delta_2$ , conductivitățile termice  $\lambda_1, \lambda_2$  și schimbul total de căldură între suprafața exterioară a izolației și mediul ambiant este caracterizat prin coeficientul  $k_{t_2}$ , atunci din expresiile (2.5) și (2.9) se obține:

$$2(a+b) \cdot a \cdot b = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2 \cdot \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{k_{t_2}} \right)}{\theta_s} \quad (2.11)$$

respectiv:

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_1}{d} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{d_2}{d} + \frac{1}{k_{t_2} \cdot \pi d_2} \right)}{\theta_s} \quad (2.12)$$

Folosind legea lui Ohm pentru circuitele termice:

$$\theta_s = P \cdot R_{t_2} \quad (2.13)$$

se obține pentru conductorul dreptunghiular acoperit de două straturi de izolație din Fig.2.1:

$$\theta_s = K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot \frac{l \cdot I^2}{s} \cdot \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1 \cdot p \cdot l} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 \cdot p \cdot l} + \frac{1}{k_{t_2} \cdot p \cdot l} \right)$$

de unde:

$$p \cdot s = \frac{K_R \cdot \rho_{\theta_s} \cdot I^2 \cdot \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{k_{t_2}} \right)}{\theta_s} \quad (2.14)$$

practic relația (2.11), în care :  $p = 2 \cdot (a + b)$  și  $s = a \cdot b$

În cazul conductorului rotund din Fig.2.2, acoperit cu două straturi de izolație, rezultă rezistența termică de forma:

$$R_{t_2} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot l} \ln \frac{d_1}{d} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot l} \ln \frac{d_2}{d} + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot k_{t_2} \cdot l}$$

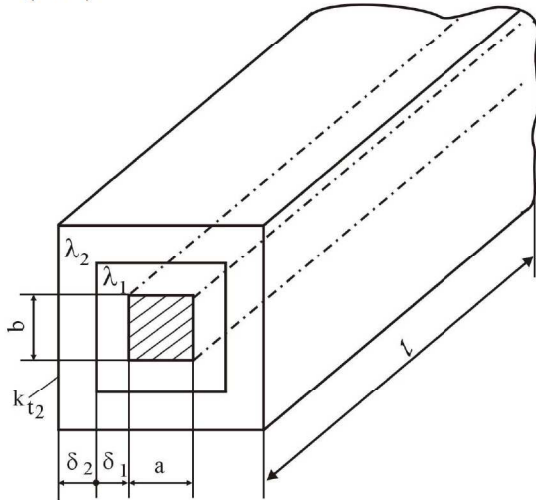
și înlocuind în legea lui Ohm pentru circuitele termice, rezultă:

$$\vartheta_s = \frac{K_R \cdot \rho_{\vartheta_s} \cdot l}{s} \cdot I^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_1 \cdot l} \ln \frac{d_1}{d} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_2 \cdot l} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot k_{t_2} \cdot l} \right)$$

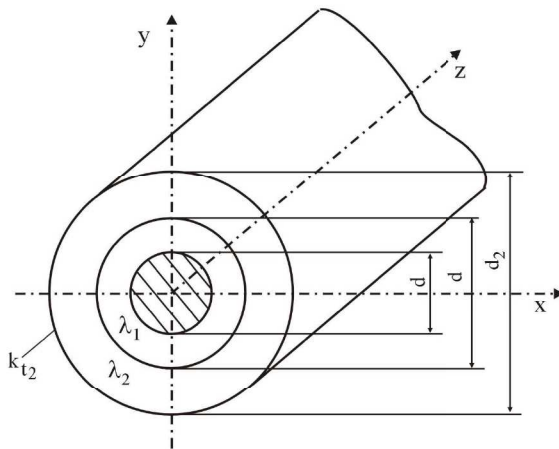
cu :  $s = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$  ; de unde rezultă:

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{K_R \cdot \rho_{\vartheta_s} \cdot I^2 \cdot \left( \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_1} \ln \frac{d_1}{d} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_2} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot k_{t_2}} \right)}{\vartheta_s} \quad (2.15)$$

Similară cu relația (2.12).



**Fig. 2.1** Conductor dreptunghiular izolat



**Fig. 2.2** Conductor cilindric izolat



Relațiile anterioare se pot folosi:

- pentru dimensionarea unui conductor, astfel încât fiind parcurs în regim permanent de către curentul  $I$  (sau în regim intermitent de către curentul echivalent  $I$ ), încălzirea sa să nu depășească valoarea admisă  $\theta_{sa}$ , respectiv temperatura  $\theta_{sa}$ ;

- pentru calculul de verificare, care constă în determinarea valorii maxime admise a curentului  $I$ , care parcurgând în regim permanent un conductor dat, determină în acesta o încălzire egală cu cel mult  $\theta_{sa}$ .

În diverse standarde, se menționează valoarea maximă admisă  $\theta_{sa}$  a temperaturii diverselor părți ale aparatelor electrice, corespunzătoare regimului termic permanent determinat de către curentul nominal (la  $\theta_n = 40^\circ\text{C}$ ), cât și temperatura maximă admisă  $\theta_{sc\alpha}$  la care pot ajunge diferite părți ale aparatului electric în regim de scurtcircuit (situație echivalentă cu cazul când căile de curent ale acestuia sunt parcurse de curentul limită termic).

Valorile  $\theta_{sa}$  și  $\theta_{sc\alpha}$  servesc la calculul de verificare a dimensionării conductoarelor, care constă în parcurgerea următoarelor etape:

- a. Calculul densității curentului de scurtcircuit, care parcurgând conductorul un timp  $t$  egal cu timpul pentru care este definit curentul limită termic, temperatura conductorului va atinge valoarea  $\theta_{sc\alpha}$ , când în momentul apariției scurtcircuitului, conductorul avea temperatura de regim  $\theta_s$ ,

$$I_{sc} = \sqrt{\frac{c_0 \cdot \gamma}{K_R \cdot \alpha_R \cdot \rho_0 \cdot t} \ln \frac{1 + \alpha_R \cdot \theta_{sc\alpha}}{1 + \alpha_R \cdot \theta_s}} \quad (2.16)$$

unde  $\theta_s$  este temperatura pe care o avea conductorul în momentul apariției scurtcircuitului (valoare calculată cu relația (2.4), după ce s-au înlocuit mărimile  $p$  și  $s$  calculate cu dimensiunile alese pentru conductor din standarde);  $c_0$  și  $\gamma$ , sunt respectiv căldura specifică masică și densitatea masică a materialului conductorului;

- b. Determinarea valorii densității de curent din conductor, atunci când acesta este parcurs de către curentul limită termic  $I_t$ :

$$I_t = \frac{I_t}{s} \quad (2.17)$$

- c. Dacă inegalitatea:

$$I_{sc} \leq I_t \quad (2.18)$$

este verificată, atunci conductorul este dimensionat corect; în caz contrar trebuie mărită secțiunea sa transversală, până când este îndeplinită condiția (2.18), și apoi, cu această secțiune se recalculează valoarea temperaturii  $\theta_s$  cu expresia (2.4), temperatură care trebuie să rezulte inferioară valorii  $\theta_{sa}$ .

### 2.3. Calculul de dimensionare a căilor de curent care au secțiuni diferite în direcția longitudinală

În aceste cazuri, calculele de dimensionare și respectiv cele de verificare, se vor efectua folosind relațiile de calcul prezentate în continuare. Corectitudinea relațiilor se poate verifica prin trecerea la limită pentru  $x \rightarrow 0$  și respectiv pentru  $x \rightarrow \infty$ , când trebuie să se obțină valorile temperaturii  $\theta_s$ , respectiv  $\theta_{\max}$  sau  $\theta_{\min}$ . Pentru porțiunea de conductor luată în calcul, se consideră că:  $s$ ,  $p$ ,  $k_t$  și  $\rho$  sunt constante.

Configurație cale de curent:

a.

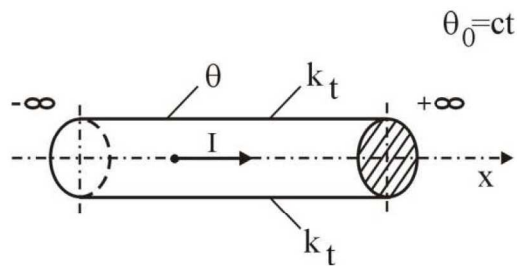


Fig. 2.3. Cale de curent cu secțiune constantă

$$\theta = \frac{\rho \cdot I^2}{k_t \cdot p \cdot s} + \theta_a \quad (2.19)$$

b.

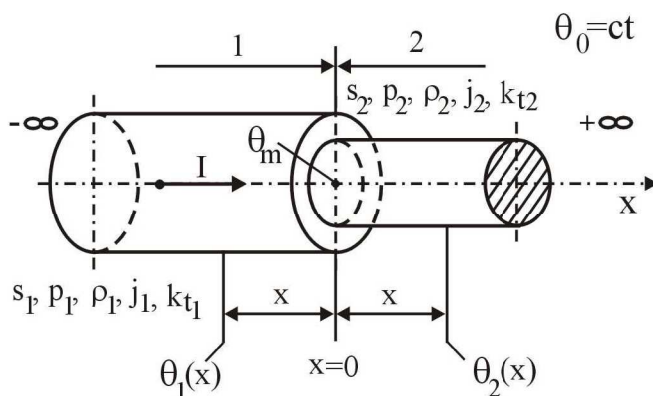


Fig. 2.4. Cale de curent formată din două secțiuni diferite

$$\theta_1(x) = (\theta_m - \theta_{1s}) \cdot e^{-\alpha_1 \cdot x} + \theta_{1s}$$

$$\theta_2(x) = (\theta_m - \theta_{2s}) \cdot e^{-b_1 \cdot x} + \theta_{2s} \quad (2.20)$$

$$\theta_m = \frac{a_1 \cdot \theta_{1s} + b_1 \cdot \theta_{2s}}{a_1 + b_1}$$

c.

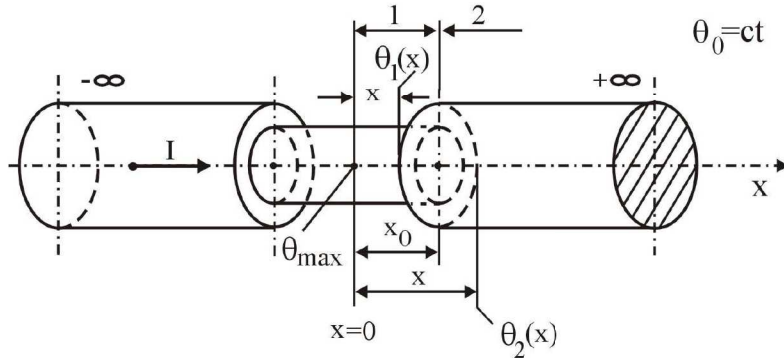


Fig. 2.5. Cale de curent cu secțiune micșorată la mijloc

$$\theta_1(x) = (\theta_{max} - \theta_{1s}) \cdot cha_1 \cdot x + \theta_{1s}$$

$$\theta_2(x) = (\theta_{1s} - \theta_{max}) \cdot \frac{a_1}{b_1} \cdot e^{-b_1(x-x_0)} + \theta_{1s} \cdot sha_1 \cdot x_0 + \theta_{2s} \quad (2.21)$$

$$\theta_{max} = \theta_{1s} - \frac{\theta_{1s} - \theta_{2s}}{cha_1 x_0 + \frac{a_1}{b_1} \cdot sha_1 x_0}$$

d.

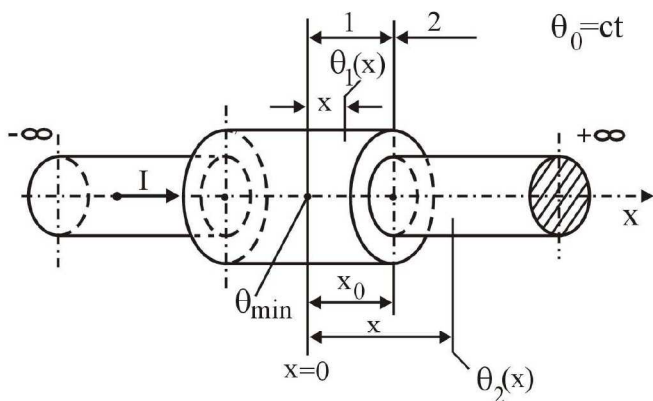


Fig. 2.6. Cale de curent cu secțiunea mărită la mijloc

$$\begin{aligned}\theta_1(x) &= (\theta_{min} - \theta_{1s}) \cdot cha_1 \cdot x + \theta_{1s} \\ \theta_2(x) &= \theta_{2s} - \frac{a_2}{b_2} \cdot (\theta_{min} - \theta_{1s}) \cdot e^{-b_2(x-x_0)} \cdot sha_1 \cdot x_0 \\ \theta_{min} &= \theta_{1s} + \frac{\theta_{2s} - \theta_{1s}}{cha_1 \cdot x_0 \frac{a_2}{b_2} sha_1 \cdot x_0}\end{aligned} \quad (2.22)$$

Notațiile din relațiile de calcul anterioare au următoarea semnificație:

$$a_1 = \sqrt{\frac{k_{t_1} \cdot p_1}{s_1 \cdot \lambda}}; \quad b_1 = \sqrt{\frac{k_{t_2} \cdot p_2}{s_2 \cdot \lambda}}; \quad \theta_{1s} = \frac{\rho_1 \cdot I^2}{k_{t_1} \cdot p_1 \cdot s_1} + \theta_a; \quad \theta_{2s} = \frac{\rho_2 \cdot I^2}{k_{t_2} \cdot p_2 \cdot s_2} + \theta_a$$

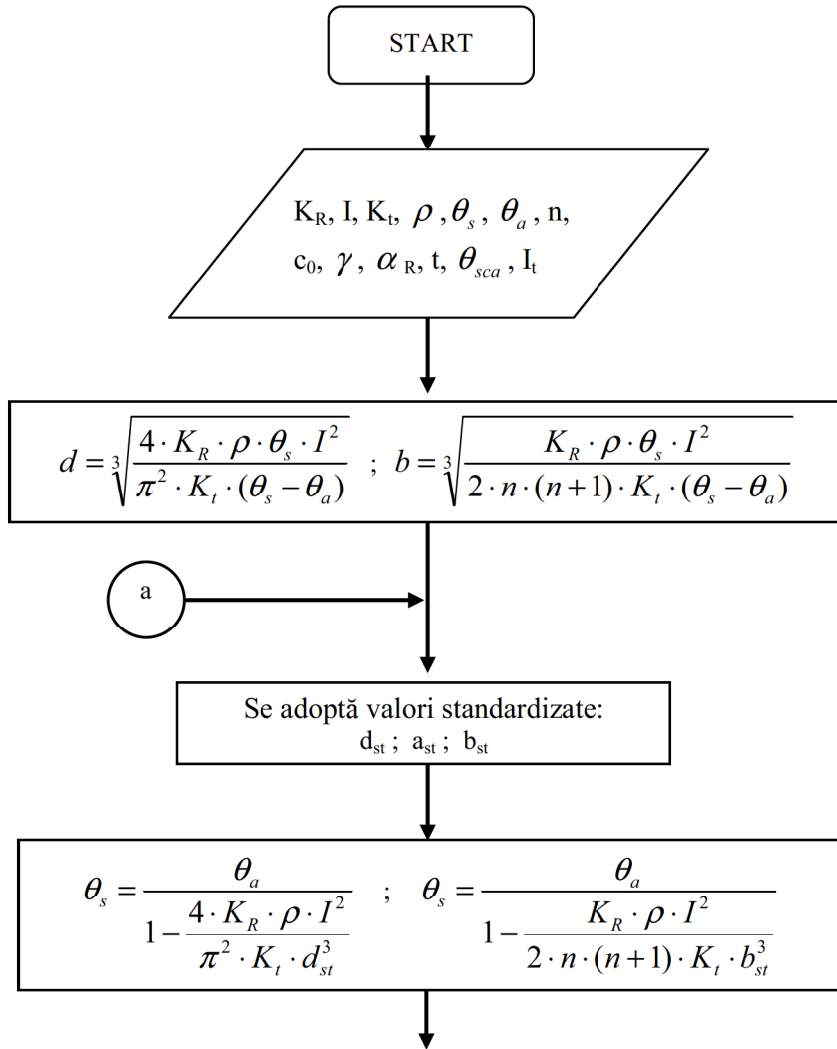
După calculul de dimensionare a căilor de curent, se va stabili forma și lungimea acestora. Se va avea în vedere ca numărul racordurilor prin contacte ale căilor de curent să fie minim. Acest fapt este justificat pe de o parte de necesitatea diminuării pierderilor de energie în rezistența de contact a îmbinărilor, iar pe de altă parte de faptul că fiecare îmbinare prin contacte, este o sursă potențială de defectare a aparatului proiectat, afectând negativ fiabilitatea acestuia.

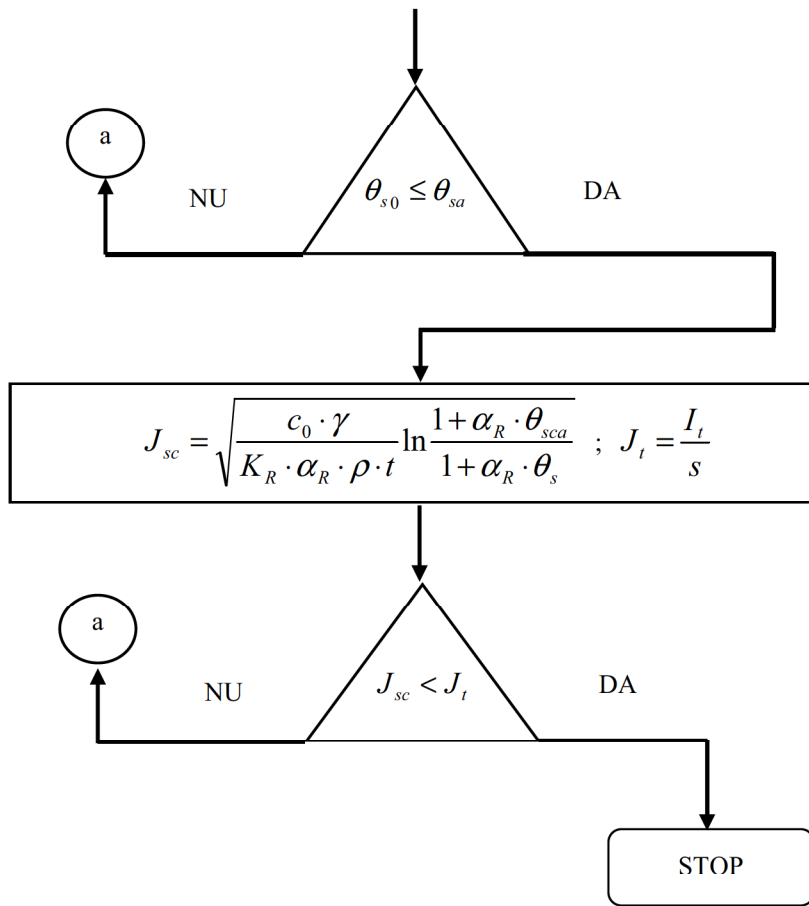
#### 2.4. Metodologia de calcul a căilor conductoare

Evaluarea secțiunii transversale a căilor de curent are ca punct de plecare următoarele date:

- curentul nominal,  $I_n$ ;
- factorul de funcționare în curent alternativ al conductorului,  $K_R$ ;
- coeficientul global de transmisie a căldurii,  $k_t$ ;
- temperatura suprafeței exterioare,  $\theta_s$ ;
- temperatura ambiantă,  $\theta_a$ ;
- temperatura admisibilă în condiții de scurtcircuit,  $\theta_{sca}$ ;
- curentul limită termic,  $I_t$ ;
- durata scurtcircuitului,  $t$ ;
- raportul dintre lățimea și grosimea căii de curent de secțiune rectangulară,  $n$ ;
- date de material.

Organigrama de calcul a căilor conductoare se prezintă în Fig. 2.7.





**Fig. 2.7.** Organigrama pentru calculul căilor de curent

### Capitolul 3

## CALCULUL CONTACTELOR ELECTRICE

### 3.1. Alegerea formei constructive a contactelor

Într-o primă etapă se va realiza alegerea formei constructive a contactelor, care ia în calcul următoarele considerente:

1. Contactele principale trebuie să aibă valoarea rezistenței de contact  $R_c$  minimă; acestea trebuie să se separe fără arc electric, pentru ruperea acestuia fiind prevăzute contacte de rupere, care se deschid după separarea contactelor principale, și se închid înaintea atingerii acestora, deci comutația contactelor de rupere se efectuează cu arc electric ;

2. Numărul de locuri de rupere pe fază se stabilește odată cu alegerea formei constructive a contactelor, astfel:

- pentru valori mici ale tensiunii, curentului și inductivității circuitului, se alege un singur loc de rupere pe fază;
- pentru tensiunea nominală în gama (230...400)V curent alternativ, sau (24...48)V curent continuu și curenți de ordinul de ordinul câtorva amperi (la sarcină inductivă), este indicat să se aleagă două locuri de rupere pe fază;
- la curenți de ordinul sutelor de amperi și în cazul utilizării camerelor de stingere a arcului electric, se utilizează un singur loc de rupere pe fază, pentru valori ale tensiunii nominale de până la 72kV inclusiv.

3. Alegerea formei suprafeței de contact se face pe baza următoarelor aspecte:

- contactele punctiforme se folosesc pentru curenți nominali de până la câțiva amperi (specifice releelor) permițând valori reduse ale forței de apăsare în contact (ceea ce impune utilizarea contactelor placate cu pastile din materiale inoxidabile, de exemplu argintul și aliajele sale);
- contactul liniar este folosit pentru curenți până la câteva sute de amperi. Pentru curenți de valori mai mari, se vor pune în paralel pe aceeași fază câteva contacte de acest tip, putându-se astfel ajunge până la  $I_n = 6300A$ . Pentru valori egale ale forței de apăsare în contact, rezistența de contact la contactele liniare este de 2...3 ori mai mică decât la contactele plan – plan; de asemenea suprafața redusă de contact la contactul liniar facilitează înlăturarea în timpul cursei în contact a prafului și a produselor apărute pe suprafața contactelor, în urma uzurii

electrice a acestora;

- contactul de suprafață (în caz particular, contactul plan - plan), se utilizează la curenți nominali mari; acest tip de contact implică valori mari ale forței de apăsare în contact și prezintă dezavantajul dificultăților mai mari de înlăturare a peliculei disturbatoare, comparativ cu contactul liniar.

4. Pentru asigurarea forței de apăsare în contacte, sunt de preferat resoartele spirale față de cele plane, datorită unei fiabilități și rezistențe la uzură superioare;

5. Trebuie evitată folosirea resoartelor ca elemente ale căii de curent, deoarece își vor pierde calitățile elastice ca urmare a efectului electrocaloric. Trecerea curentului electric va fi asigurată prin montarea în paralel cu resoartele a unor racorduri conductoare flexibile (realizate din fire lițate, sau din mai multe straturi de folie din cupru), dar aceste racorduri flexibile constituie o sursă importantă de defecte datorită ruperii lor;

6. Rostogolirea reciprocă a contactelor, (a cărei valoare se alege între 3 și 12mm), este necesară pentru înlăturarea peliculei disturbatoare, ca urmare a deplasării reciproce (prin alunecare sau rostogolire) a contactului mobil față de contactul fix, după ce s-a realizat atingerea lor reciprocă. Pentru aparatele cu valori reduse ale curentului nominal, se prevăd valori reduse ale cursei în contact. Ca urmare a cursei în contact, zona prin care va circula curentul între contactul mobil și contactul fix după ce contactul mobil și-a încheiat cursa în contact, va diferi de cea în care apare arcul electric de comutație, fapt care duce la valori mult mai mici ale rezistenței de contact;

7. În cazul contactelor punctiforme ca urmare a utilizării placării cu pastile din metale sau aliaje inoxidabile, nu este necesară asigurarea prin proiecție a alunecării sau rostogolirii reciproce a contactului mobil pe contactul fix, în timpul cursei în contact. În cazul contactelor frontale de la întrerupătoarele de înaltă tensiune destinate a lucra la valori mari ale curentului nominal, suprafața de contact se curăță ca urmare a valorii ridicate a forței de apăsare în contact. Pentru a spori rezistența la uzură electrică a contactelor, în zona de apariție a arcului electric de comutație, acestea se prevăd cu pastile din materiale sintetizate (aliaje din Cu – W);

8. Contactele lamelare au proprietatea de autocurățire, deoarece la acestea locul de apariție a arcului electric este diferit de locul în care se efectuează contactul de durată. În aceste cazuri, mecanismul de acționare va trebui să dezvolte numai o forță  $F$  capabilă să învingă forța de frecare și cea de inerție  $F_i$ ,

$$F = \mu F_e + F_f + F_i ; \quad (3.1)$$

Primul termen din (3.1) reprezintă forța de frecare în contacte, iar cel de-al doilea forța de frecare în celelalte părți ale lanțului cinematic legat la mecanismul de acționare al întrerupătorului. Pentru diminuarea șocurilor mecanice de la capetele de cursă, se prevăd amorizoare.



9. Contactele tulipă, Fig. 3.1, sunt utilizate drept contacte fixe cât și în calitate de contacte glisante la întrerupătoarele de înaltă tensiune (ca racord între borna inferioară și contactul mobil).

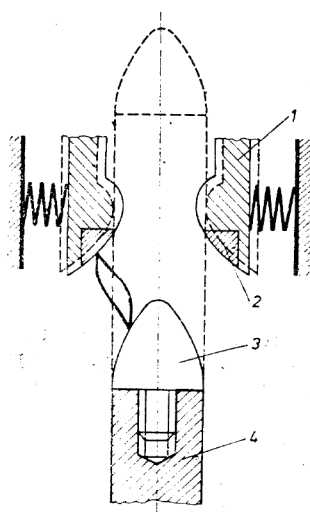


Fig. 3.1. Contact tijă - tulipă

Tulipa este formată din degetele 1 așezate pe periferia unui cerc. Fiecare deget este prevăzut în zona inferioară cu o inserție de wolfram 2 pentru preluarea arcului electric. În mod similar, tija 4 este prevăzută cu un vârf de wolfram 3. În poziția *închis* (punctat în figură) contactul se realizează între piese de cupru dur (argintat). Astfel de contacte au o foarte bună stabilitate electrodinamică, deoarece contactele tip deget sunt parcurse de curenți paraleli egali cu aproximativ  $1/n$ , care datorită forțelor electrodinamice de atracție, reciprocă, conduc la mărirea forței de apăsare în contact. În cazul a  $n$  elemente, curentul  $I$  nu se va repartiza doar într-un singur contact tip deget, acesta putând atinge valoarea:

$$I_1 = k \frac{I}{n} \quad (3.2)$$

unde:  $k = 1.3 \dots 1.5$  reprezintă coeficientul de neuniformitate datorat valorilor diferite ale rezistențelor de contact între elementele tip deget și contactul mobil tip tijă.

10. Contactele alunecătoare cu role, Fig. 3.2, prezintă avantajul realizării unui racord electric între piese aflate în mișcare și instalațiile fixe, fără a se utiliza racordurile flexibile, care prezintă o mare probabilitate de defectare. Aceste contacte glisante nu au proprietatea de autocurățire. Transferul curentului de pe tija mobilă 3 către barele 1 și 5 se face prin intermediul sistemului de role 2 și 4. Presiunea rozelor pe tija centrală 3 și pe barele laterale 1 și 5 este controlată prin

intermediul resorturilor 6 și 7.

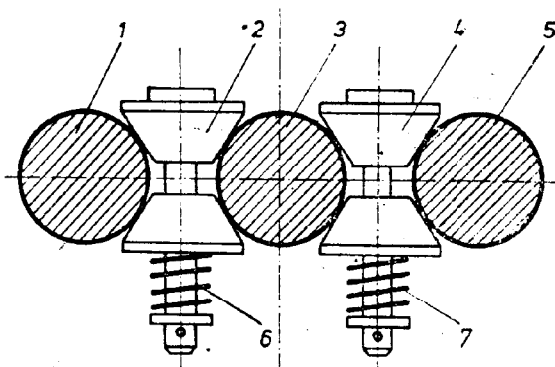


Fig. 3.2. Contacte alunecătoare cu role

Metalele utilizate pentru realizarea unui contact electric ideal, ar trebui să îndeplinească o serie de condiții care însă nu pot coexista simultan. Astfel condiția ca un metal să aibă conductivitate electrică ridicată și o rezistență mare la uzură electrică, nu poate fi îndeplinită nici de argint (care are conductivitate electrică mare, și rezistență mică la ardere), nici de wolfram (conductivitate electrică redusă, corelată cu o rezistență mare la arc electric). De asemenea este dificil de a fi îndeplinită concomitent condiția ca un metal să nu reacționeze cu atmosfera ambiantă și să fie în același timp ieftin.

Pentru realizarea contactelor glisante se folosesc bronzurile de cadmiu și beriliu, respectiv contactele sintetizate din argint și grafit, iar pentru periile mașinilor electrice se folosește grafitul, cărbunele și amestecuri de grafit și pulbere de cărbune.

Dimensiunile contactelor cilindrice realizate din argint, respectiv a contactelor placate cu pastile cilindrice din materiale sintetizate, sunt date în funcție de  $I_n$  în tabelul 3.1. Când contactele respective se vor realiza cu o formă geometrică a secțiunii diferită de cea circulară, atunci datele din tabelul 3.1 se pot utiliza, în urma echivalării secțiunii cu cea circulară.

Tabelul 3.1 Dimensiuni contacte cilindrice

Curent nominal [A]	Diametru contact $d_c$ [mm]	Înălțime contact $h_c$ [mm]
< 2	1 – 2	0,3 – 1,0
2 – 5	2 – 4	0,6 – 1,2
5 – 10	3 – 5	0,8 – 1,6
10 – 20	5 – 8	1,0 – 2,0
20 – 40	8 – 12	1,2 – 2,2
40 – 63	12 – 16	1,4 – 2,5

## Calculul contactelor electrice

63 – 100	16 – 20	1,6 – 3,0
100 – 160	20 – 25	2,2 – 3,0
160 – 250	25 – 32	2,5 – 3,5

Dimensionarea contactelor aparatelor de joasă tensiune, Fig. 3.3, se poate realiza cu următoarele relații de calcul:

1. Calculul dimensiunilor pastilei fixe de contact :

$$d_c = 3.3 + 0.11 \cdot I \text{ [mm]}, I \leq 100\text{A} \quad (3.3)$$

$$d_c = 14 + (I - 100) \cdot 3.5 \cdot 10^{-2} \text{ [mm]}, 100 < I \leq 630\text{A} \quad (3.4)$$

$$h_c = (1.5 \dots 2.5) \text{ [mm]}, I = (6 \dots 630) \text{ A} \quad (3.5)$$

Pentru contactul mobil, dimensiunile  $d_c$  și  $h_c$  se vor micșora cu 10...15% față de valorile obținute din calculul efectuat cu relațiile anterioare.

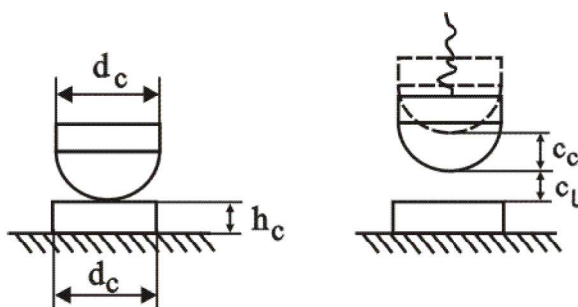


Fig. 3.3. Explicativă la dimensionarea contactelor electrice

2. Mărimea cursei libere  $c_l$  și a celei în contact  $c_c$  la aparatele de joasă tensiune de curent alternativ.

$$c_l = (2 + 5 \cdot 10^{-2} \cdot I) \pm 0,5 \text{ [mm]}, I \leq 63\text{A} \quad (3.6)$$

$$c_l = [5 + 1.6 \cdot 10^{-2} \cdot (I - 100)] \pm 0,5 \text{ [mm]}, 63 < I \leq 630\text{A} \quad (3.7)$$

$$c_c = 0.6c_l, I = 6 \dots 630\text{A} \quad (3.8)$$

3. Mărimea cursei libere și a cursei în contact la aparatele de joasă tensiune de curent continuu cu  $I_n = 25 \dots 200\text{A}$ .

$$c_l = (6 + 2.5 \cdot 10^{-2} \cdot I) \pm 0.5 \text{ [mm]} \quad (3.9)$$

$$c_c = (0.25 \dots 0.3)c_l \quad (3.10)$$

### 3.2. Calculul contactelor în regim de lungă durată

Încălzirea datorată unui curent nominal  $I_n$  în regim de lungă durată într-un contact punctiform se calculează cu relația:

$$\vartheta_c = \theta_c - \theta_0 = \frac{U_c^2}{8 \cdot \lambda \cdot \rho} = \frac{R_s^2 \cdot I_n^2}{8 \cdot \lambda \cdot \rho} \quad (3.11)$$

unde:

- $\theta_c$  reprezintă temperatura punctului de contact (se consideră contactul curățat);
- $\theta_0$  temperatura căii de curent într-un punct depărtat de locul de contact;
- $U_c$  căderea de tensiune determinată în rezistența de stricțiune de către curentul  $I_n$ ;
- $\lambda$  și  $\rho$  sunt conductivitatea termică și respectiv rezistivitatea materialului căilor de curent.

Între curentul  $I_n$  care parcurge contactul electric, forța de apăsare  $F_{c1}$  pe un loc de contact și temperatura locului respectiv, se poate scrie relația:

$$F_{c1} = I_n^2 \cdot \frac{\pi \cdot A \cdot H_B}{16 \lambda^2} \cdot \frac{1}{\left[ \arccos \left( \frac{T\theta}{T_c} \right) \right]^2} \quad (3.12)$$

de unde:

$$T_c = \frac{T\theta}{\cos \left( \frac{I_n \sqrt{\pi \cdot A \cdot H_B}}{4 \lambda \sqrt{F_{c1}}} \right)} \quad (3.13)$$

unde:

- $H_B$ , rezistența la strivire a locului de contact (duritatea Brinell);
- $A$ , constanta lui Lorentz,  $2,3 \cdot 10^{-8} \text{ [V}^2/\text{C}^2\text{]}$ ;

$$T_c = \theta_c + 273.16 \text{ și } T_0 = \theta + 273.16 \text{ [K]} \quad (3.14)$$

- $F_{c1}$ , forța de apăsare corespunzătoare unui singur loc de contact:

$$F_{c1} = \frac{F_c}{n} \quad (3.15)$$

unde:

- $F_c$  reprezintă forța totală ce revine contactului;
- $n$  numărul punctelor de contact, cu valorile:
  - $n = 1$  pentru contacte punctiforme,
  - $n = 2$  pentru contactul liniar (de tip cuțit);
  - $n = 3$  pentru contactul de suprafață (de tip plan-plan).

$$F_{c1} = \xi \cdot \pi \cdot a^2 \cdot H_B \quad (3.16)$$

unde:

- $\xi = (0.3...1)$  este un coeficient care are în vedere reducerea forței de apăsare pe suprafețele de contact ca urmare a deformației elastice și plastice,
- $a$  este raza sferei microscopice de contact.

### 3.3. Rezistența de stricțiune

Rezistența de stricțiune se calculează cu relația:

$$R_s = \frac{\rho}{2 \cdot \alpha n} \quad (3.17)$$

unde:

$$\rho = 0.5 \cdot (\rho_1 + \rho_2) \quad (3.18)$$

este rezistivitatea medie a materialelor 1 și 2, atunci când cele două contacte sunt realizate din materiale diferite;

$a$ , raza sferei microscopice de contact;

În funcție de valoarea medie a presiunii în contact :

$$p_m = \frac{F_{c1}}{\pi \cdot a^2} > < H_B \quad (3.19)$$

deformația locului de contact va fi plastică sau elastică, după cum în relația (3.19) semnul  $>$  are deschiderea spre stânga sau spre dreapta.

*Pentru deformarea elastică:*

$$a = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{r \cdot F_{c1}}{E}} \quad (3.20)$$

unde:

-  $r$ , raza sferei care corespunde contactului punctiform, egală cu raza de curbură a acestuia în starea nedeformată.

-  $E$ , modulul de elasticitate al materialului.

*Pentru deformarea plastică :*

$$a = \sqrt{\frac{F_{c1}}{\pi \cdot H_B}} \quad (3.21)$$

După calculul lui  $a$ , introducând valoarea sa în expresia (3.19), se stabilește dacă deformarea în locul de contact este elastică sau plastică.

Pentru contactele de comutație aflate în stare rece valoarea rezistenței de stricțiune  $R_s$  se determină cu formula empirică:

$$R_s \approx \frac{k}{(0.102 \cdot F_c)^m} \quad (3.22)$$

unde:

- $m = 0.5$  pentru contact punctiform;
- $m = 0.5 \dots 0.7$  pentru contact liniar,
- $m = (0.7 \dots 1.0)$  pentru contact plan,
- coeficientul  $k$  este dat în tabelul 3.2:

**Tabelul 3.2 Valori pentru coeficientul k**

Material contacte	$k$
Ag — Ag	$0,06 \cdot 10^{-3}$
Cu — Cu	$0,14 \cdot 10^{-3}$
Cu — Am	$0,38 \cdot 10^{-3}$
Am — Am	$0,67 \cdot 10^{-3}$
Am — OL	$3,04 \cdot 10^{-3}$
Cu — OL	$3,1 \cdot 10^{-3}$

Rezistența de stricțiune depinde de temperatură după relația:

$$R_{s\theta} = R_{s0} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \alpha_R \cdot \theta\right) \quad (3.23)$$

unde:

- $R_{s\theta}$  și  $R_{s0}$  reprezintă valorile  $R_s$  corespunzătoare temperaturii  $\theta$  și respectiv la  $0^\circ\text{C}$ ;

Coeficientul  $2/3$  ține seama de scăderea temperaturii odată cu depărtarea față de locul de contact. Relația anterioară este valabilă până când temperatura locului de contact atinge temperatura de înmuiere a metalului  $\theta_i$ , temperatură la care mărimea rezistenței mecanice a acestuia scade semnificativ.

### 3.4. Forța de apăsare în contact

Forța de apăsare în contact trebuie să aibă o valoare suficientă atât în regim nominal, cât și în cel de avarie, pentru ca să împiedice deschiderea contactelor ca urmare a forțelor electrodinamice dar și să împiedice sudarea contactelor. Valoarea forței necesare de apăsare poate fi calculată cu formula (3.12), corectând apoi rezultatul obținut pe baza datelor experimentale, la fel ca în cazul lui  $R_s$  (când trebuie luată în considerare influența rezistenței ohmice a peliculei disturbatoare).

Cunoscând valoarea forței specifice de apăsare în contact  $f_c [N / A]$ , pentru diferite tipuri de aparate electrice, se determină forța de apăsare  $F_c$  corespunzătoare unui curent nominal dat, respectiv valorii maxime admise a

curentului  $I_n$  pentru un contact la care se cunoaște valoarea  $F_c$ :

$$F_c = f_c \cdot I_n \quad (3.24)$$

Pentru valoarea inițială  $F_{ci}$  a forței de apăsare în contact, se folosește relația:

$$F_{ci} = (0.4...0.75) \cdot F_c \quad (3.25)$$

### 3.5. Căderea de tensiune pe rezistența de stricțiune

Căderea de tensiune pe locul de contact reprezintă o importantă indicație asupra calității îmbinării prin contact și asupra încălzirii a  $\vartheta_c$  locului de contact,

$$U_c = R_s \cdot I \quad (3.26)$$

În raport cu valoarea lui  $U_c$  pentru contactele care funcționează în aer, se poate aprecia încălzirea locului de contact (apropiată de valoarea maximă admisă), măsurată față de temperatura  $\theta_0$  a căii de curent din care face parte contactul respectiv, tabelul 3.3:

**Tabelul 3.3 Valori pentru căderea de tensiune pe contact**

$U_c$ [mV]		10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	70	90
$\vartheta_c$ [°C]	Ag	3	4	8	11	16	21	28	36	44	61	85	149
	Cu	4	5	10	14	20	26	40	42	51	70	96	160

Considerând rezistența de stricțiune  $R_s$  constantă, din (3.26) rezultă funcția  $U_c = f(I)$ ; astfel, pentru același tip de contact, există o valoare a curentului pentru care încălzirea  $\vartheta_c$  a locului de contact este egală cu încălzirea maximă admisă.

Pentru o funcționare sigură a contactelor, este necesar ca temperatura  $\theta_c$  a locului de contact să nu depășească temperatura de înmuiere a metalului  $\theta_i$ ; în plus, trebuie ca  $\theta_i$  să fie mult mai mică decât temperatura de fuziune  $\theta_f$  a metalului (la care poate apare sudura contactelor, tabelul 3.4).

Valoarea maximă admisă a curentului care poate străbate în regim permanent locul de contact, este dată de relația :

$$I_{adm} = (0.5...0.8) \cdot I_i = (0.5...0.8) \cdot \frac{U_i}{R_s} \quad (3.27)$$

unde  $I_i$  este valoarea curentului la care începe înmuierea materialului



contactelor (recristalizarea).

**Tabelul 3.4 Valori de temperatură**

Tipul materialului	Recristalizarea		Topirea	
	$U_i$ [mV]	$\theta_i$ [°C]	$U_f$ [mV]	$\theta_f$ [°C]
Argint	90	180	370	960
Cupru	90-130	190	430-450	1083
Wolfram	120-230-400	1000	800-1000	3400
Grafit	-	-	5 000	4700

Pentru un contact de o construcție dată, se poate calcula dacă s-a măsurat  $R_s$  și se extrage valoarea corespunzătoare  $U_i$  din tabelul 3.4. De asemenea,  $R_s$  se poate calcula cu relația (3.22).

La aparatele electrice actuale, căderea de tensiune  $U_c$  pe contactele proaspăt curățate (valoarea care se calculează prin proiectare) este cuprinsă, neglijându-se rezistența peliculei disturbatoare, între următoarele limite :

La relele

$$U_c = (0,5 - 0,8) \cdot U_i$$

La aparatele de joasă tensiune:

- Pentru contactele din aer

$$U_c = (2 - 30)mV$$

- Pentru contactele răcite cu apă sau cu ulei

$$U_c = (30 - 40)mV \quad (3.28)$$

La aparatele de înaltă tensiune

$$U_c = (2 - 60)mV$$

iar valoarea limită a căderii de tensiune pe contactele oxidate este de până la 300mV. Valoarea lui  $R_s$  care trebuie introdusă în (3.22) rezultă din relația  $R_s = U_c/I$  pentru  $I$  dat și  $U_c$  calculat în (3.28) sau (3.27).

### 3.6. Metodologia de calcul a contactelor

Calculul de dimensionare pornește de la valoarea curentului de regim permanent prin contacte, forma și dimensiunile acestora, calculându-se valoarea lui  $F_c$ , astfel încât mărimile  $U_c$  și  $\theta_c$  să nu depășească valorile maxime admise. Apoi, în urma efectuării calculului solicitărilor termice și electrodinamice, se corectează eventual valorile obținute cu ocazia calculului de verificare.

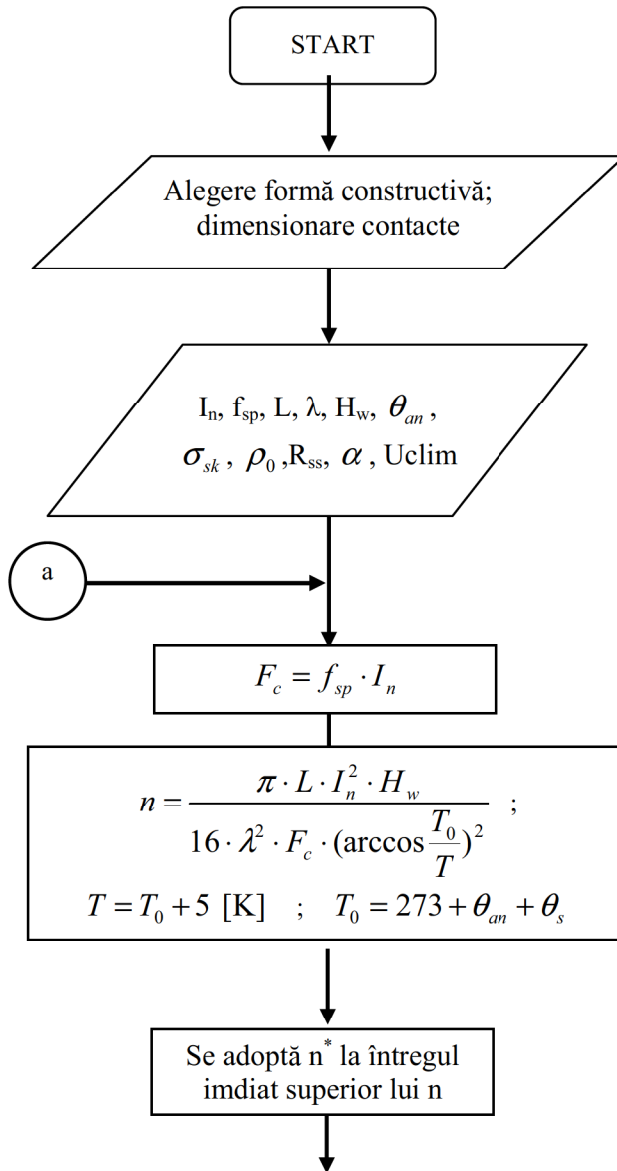
Calculul de verificare, constă în aceea că având valorile curentului din regimul permanent, materialul, dimensiunile și mărimea forței  $F_c$ , se calculează  $U_c$  și  $\theta_c$ , comparându-se cu valorile maxime admise sau pentru natura materialului dată, dimensiuni cunoscute și  $F_c$  dat, se determină valoarea maximă admisă a curentului, pentru ca  $U_0$  și  $\theta_0$  să nu depășească



valorile maxime admise.

Organigrama pentru calculul contactelor, Fig. 3.4, pornește de la următoarele date inițiale:

- curentul nominal,  $I_n$ ;
- forța specifică de apăsare în contact,  $f_{sp}$ ;
- temperatura ambiantă nominală,  $\theta_{an}$ ;
- rezistența superficială specifică,  $R_{ss}$ ;
- căderea de tensiune limită pe contact,  $U_{clim}$ ;
- date de material.



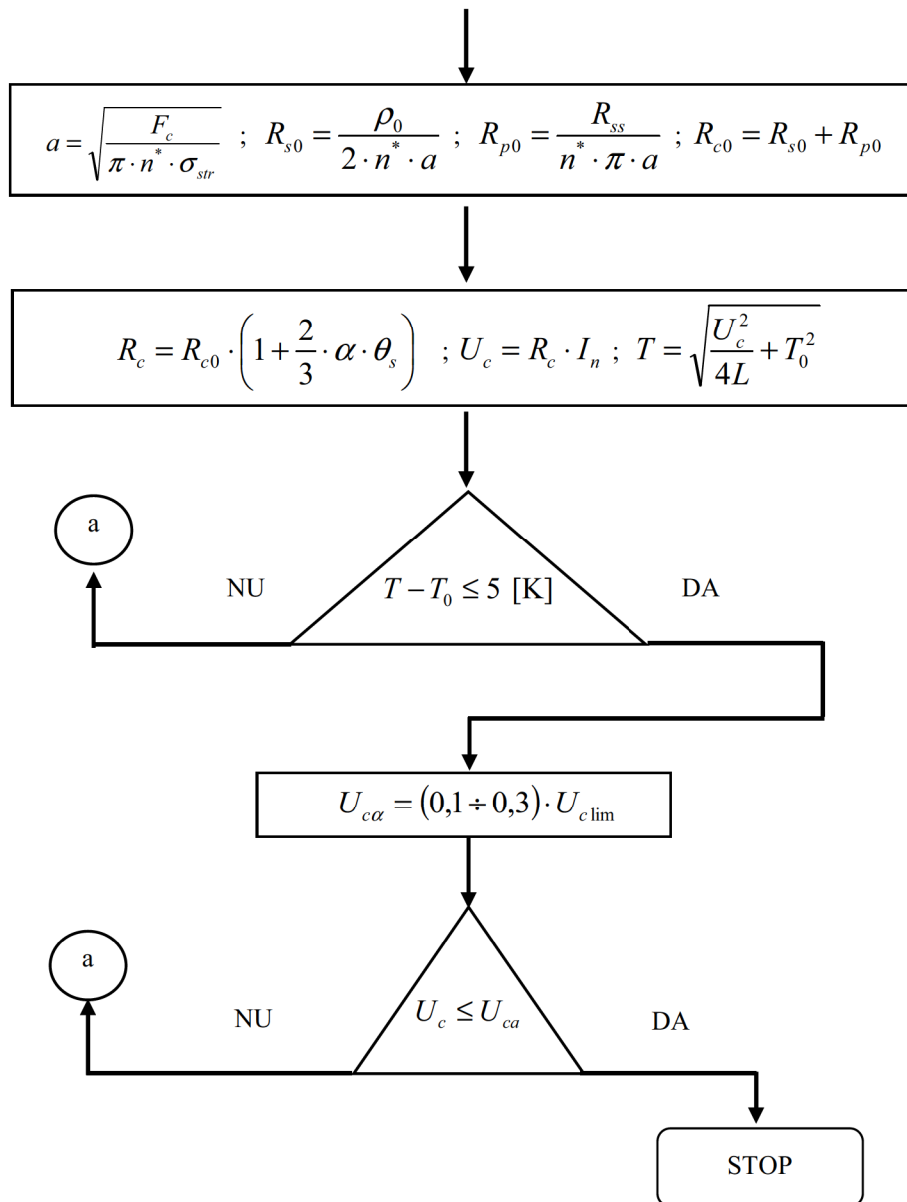


Fig. 3.4. Organigrama pentru calculul contactelor

## Capitolul 4

## CALCULUL CAMERELOR DE STINGERE

## 4.1. Considerații generale

Cerințele impuse camerelor de stingere sunt uneori contradictorii: de exemplu, diminuarea timpului de ardere al arcului electric, duce la mărirea valorii supratensiunilor de comutație. Prin urmare, în cursul calculului camerelor de stingere trebuie găsită soluția optimă în condițiile date. Figura 4.1 prezintă dependența dintre durata de ardere a arcului electric  $t_a$  și valoarea curentului deconectat de către camera de stingere a aparatului proiectat.

În zona I, corespunzătoare curenților mici, stingerea arcului electric de curent continuu este determinată de către alungirea sa mecanică, iar a celui de curent alternativ, cu preponderență de către divizarea coloanei de arc în mai multe arce mici, în camera cu efect de electrod (caz în care alungirea coloanei de arc are o importanță secundară).

În zona II, acțiunea factorilor care au un rol determinant în stingerea arcului electric din zona I este mai redusă, și, deoarece forțele electrodinamice au încă valori reduse, durata de ardere a arcului este mai mare.

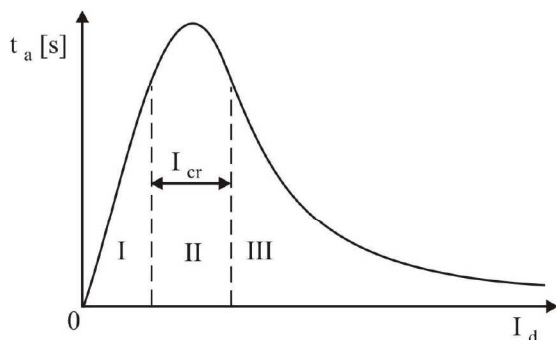


Fig. 4.1. Dependenta duratei de ardere  $t_a$  arcului electric, față de valoarea curentului deconectat  $I_d$ .

În zona III, factorul determinant în stingerea arcului electric este acțiunea forțelor electrodinamice asupra acestuia.

Ca valoare optimă pentru  $t_a$  se adoptă pentru aparatele de joasă tensiune următoarele valori:

- pentru aparatele de curent continuu: 0.1 s;
- pentru cele de curent alternativ, o semiperioadă; în cazul deconectării capacității nominale de rupere  $I_r$ , se admite ca  $t_a$  să fie de câteva semiperioade.

Valorile curenților care corespund zonei II, se numesc critice. Pentru aparatele de joasă tensiune,  $I_{cr} = (3...30)A$ , această valoare putând atinge la unele aparate de curent continuu chiar și 100 A.

Dacă camera de stingere poate stinge arcul electric corespunzător lui  $I_{cr}$  atunci aceasta îl va putea stinge atât pentru valori inferioare ale curentului, cât și pentru cele mai mari decât  $I_{cr}$ , cu condiția ca să fie asigurată posibilitatea alungirii suficiente a arcului electric și ca izolația aparatului să fie suficientă.

Calculul de dimensionare al camerelor de stingere se efectuează pentru următoarele valori ale curenților:

- curentul critic  $I_{cr}$ , valoare căreia îi corespund cele mai dificile condiții de stingere ale arcului electric; în calculul preliminar se poate adopta pentru  $I_{cr}$  valoarea curentului care corespunde distanței finale dintre contactul fix și contactul mobil, valoare care va fi corectată apoi, trasând pentru aparatul proiectat caracteristica de tipul celei din fig. 4.1, din care va rezulta mărimea lui  $I_{cr}$ .
- curentul nominal  $I_n$ ;
- capacitatea de rupere  $I_r$  a aparatului proiectat, care este curentul limită ce poate fi deconectat de către acesta. Pentru contactoarele de curent continuu și curent alternativ, această valoare este  $(10...16)I_n$ , iar pentru întrerupătoarele automate este  $(15...100)I_n$ .

#### 4.2. Calculul parametrilor care definesc arcului electric de comutație

1. *Traietoria*. Pentru calculul preliminar se poate adopta o formă simplificată a traiectoriei arcului electric care se deplasează liber în sus, aproximând-o cu un segment de cerc construit pe coarda  $\delta_c$  (care este egală cu distanța dintre contactul fix și contactul mobil) și având înălțimea egală cu  $h_a$ , Fig. 4.2.

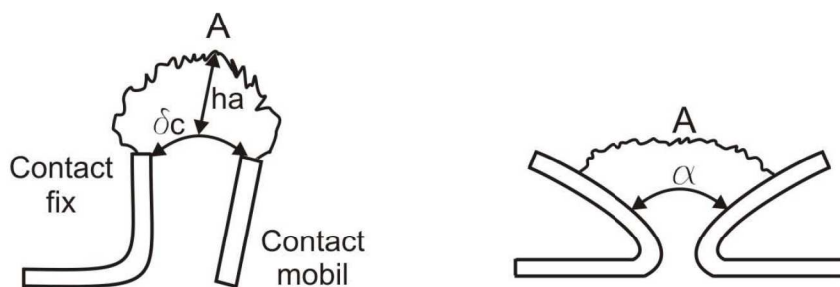


Fig. 4.2 Traietoria arcului electric

2. Lungimea arcului electric  $l_a$  la un moment dat, poate fi aproximată cu expresia:

$$l_a \approx \sqrt{\delta_c^2 + 9 \cdot h_a^2} = \sqrt{\delta_c^2 + 9 \cdot v_a^2 \cdot t^2} \quad [\text{cm}] \quad (4.1)$$

unde  $v_a$  este viteza de deplasare a arcului electric [cm/s].

Când picioarele arcului electric sunt situate pe coarne de stingere Fig. 4.2, lungimea arcului electric este dată de:

$$l_a \approx 2\pi \cdot \frac{\alpha}{360} \cdot v_a \cdot t_{ia} \quad (4.2)$$

unde  $\alpha$  este unghiul dintre coarnele eclatorului care determină alungirea arcului electric.

3. Diametrul arcului electric. Pentru arcul electric care se mișcă liber cu viteza  $v_a$ , diametrul se calculează cu relația :

$$d \approx 1.12 \cdot \sqrt{\frac{I_d}{20+v_a}} \quad [\text{cm}] \quad (4.3)$$

Pentru arcul electric care stă pe loc ( $v_a = 0$ ) :

$$d \approx 0.27 \cdot \sqrt{I_d} \quad [\text{cm}] \quad (4.4)$$

unde  $I_d$  este valoarea curentului deconectat [A], iar  $v_a$  este viteza arcului electric corespunzătoare valorii medii ( $0.5I_d$ ) a curentului deconectat [cm/s].

Dacă se cunoaște lungimea critică a arcului electric ( $l_{cr}$ ), și dacă se notează cu  $S_{cf}$  valoarea finală a distanței dintre contactele care se separă cu viteza  $v_s$  :

$$\delta_{cf} = v_s \cdot t_{ia} \quad (4.5)$$

unde

$t_{ia}$  - durata de întindere a arcului pînă la  $l_{cr}$ , iar din expresia (4.1) rezultă:

$$l_{cr} \approx \sqrt{\delta_{cf}^2 + 9 \cdot v_a^2 \cdot t_{ia}^2} \approx \sqrt{(v_a \cdot t_{ia})^2 + 9 \cdot (v_a \cdot t_{ia})^2}$$

de unde:

$$t_{ia} \approx \frac{l_{cr}}{\sqrt{v_s^2 + 9 \cdot v_a^2}} \quad [\text{s}] \quad (4.6)$$

Durata totală  $t_a$  de ardere a arcului, adică timpul măsurat între momentul separării contactelor și pînă la deionizarea spațiului dintre contacte, este:

$$t_a = t_{ia} + t_f \quad (4.7)$$

unde  $t_f$  este timpul necesar pentru stingerea flăcării corespunzătoare arcului electric, adică cel necesar deionizării gazelor incandescente din coloana de arc:

$$t_f \approx (0.1 \dots 9) \cdot 10^{-2} \text{ [s]} \quad (4.8)$$

Distanța dintre contacte și cea mai depărtată porțiune a arcului de comutație se calculează cu:

$$h_a = v_a \cdot t_{ia} \quad (4.9)$$

#### 4.3. Tipuri de camere de stingere pentru aparatele de joasă tensiune

La aparatele de comutație de curent continuu este utilizat de obicei efectul alungirii arcului electric pentru a produce stingerea sa. Figura 4.3 prezintă o cameră de stingere a unui întrerupător de joasă tensiune. Curentul din circuitul principal cu bornele (1), parcurge bobina de suflaj magnetic (2), al cărei miez magnetic (3) este continuat prin plăcile de fier (4), reprezentând împreună circuitul magnetic care asigură câmpul magnetic pentru suflajul arcului electric. Circuitul continuă cu contactul fix (5), contactul mobil (6) și racordul flexibil (7).

La deschiderea aparatului, arcul electric de comutație apare între contactele (5) și (6), fiind apoi suflat către partea superioară a camerei de stingere datorită interacțiunii dintre curentul din arc și câmpul magnetic produs de bobina (2); astfel, picioarele arcului electric se deplasează pe coarnele eclatorului (8), ceea ce mărește lungimea coloanei de arc.

În continuare, arcul este împins între elementele grilei izolante (9), suferind o alungire suplimentară și stingându-se când lungimea sa ajunge egală cu  $l_{cr}$ . Sita metalică (10) are rolul de a deioniza gazele incandescente ale coloanei de arc. La camerele de stingere care nu sunt prevăzute cu această sită sau cu grila (9), o alungire suplimentară a arcului electric se obține practicând în partea superioară a carcasei (11) labirinții (12), care determină o alungire și o deionizare suplimentară a coloanei de arc, conducând în final la stingerea sa.

La aparatele de curent alternativ de joasă tensiune, se folosesc două locuri de rupere pe fază, Fig. 4.4, înseriate (contactele tip punte). Arcul electric este fragmentat în mai multe arce electrice mai scurte ca urmare a forței de atracție exercitate asupra sa de un număr  $n$  de plăcuțe din fier. Pătrunzând între aceste plăcuțe arcul este răcit, iar pe de altă parte tensiunea necesară menținerii arderii arcului va crește ca urmare a creșterii numărului de electrozi din coloana de arc; când valoarea acestei tensiuni va depăși pe cea a tensiunii deconectate, arcul electric se va stinge.

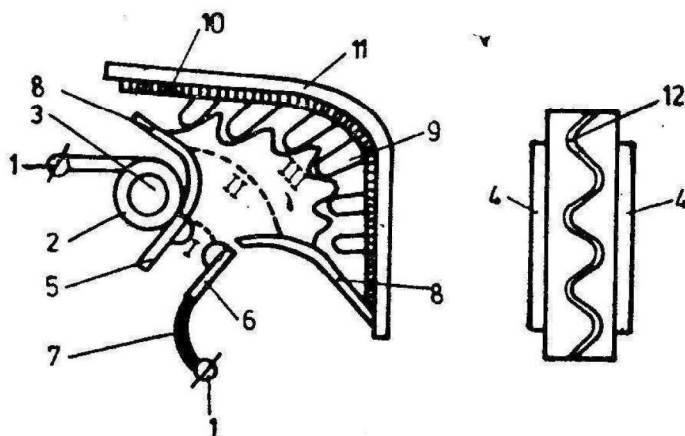


Fig. 4.3. Camera de stingerea unui întrerupător de joasă tensiune

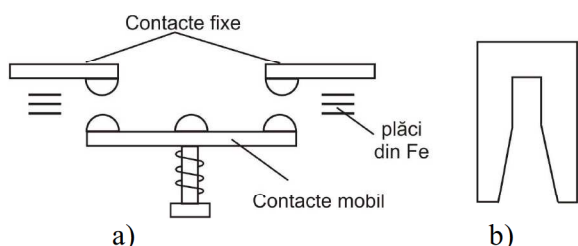


Fig. 4.4 Stingerea arcului la aparatele de curent alternativ de joasă tensiune

#### 4.4. Calculul camerelor de stingere ale aparatelor de comutație de joasă tensiune de curent continuu

1. Pentru mărimea dată a tensiunii de deconectare :

$$U_d = 1.1 \cdot U_n \quad (4.10)$$

și pentru o valoare a curentului deconectat, se calculează  $S_{cf}$ , distanța finală dintre contacte, la care arcul liber și nemișcat se stinge într-un timp  $t_a < 0,1$  s, durată considerată ca optimă (trebuie ca  $\delta_{cf} > l_{cr}$ ). Dacă pentru valoarea curentului limită de rupere al aparatului  $I_{lim}$  arcul electric va fi stins, atunci calculul se consideră încheiat;

2. Dacă pentru distanța calculată  $\delta_{cf}$  arcul nu poate fi stins la  $I_{lim}$ , și din motive constructive  $\delta_{cf}$  nu poate fi mărită, atunci se vor adopta soluții pentru îndepărtarea arcului electric dintre contacte pe calea suflajului magnetic, asigurându-se alungirea acestuia până la  $l_{cr}$ .

3. Dacă din calcul se obțin valori prea mari :

$$l_{cr} > 30\text{cm} \text{ și } t_a > 0,1\text{s} \quad (4.11)$$



atunci trebuie intensificate condițiile de stingere a arcului, adoptând de exemplu o cameră de stingere cu fantă longitudinală îngustă și cu suflaj magnetic.

#### 4.5. Calculul lungimii critice $l_{cr}$ a arcului electric

Dimensionarea camerei de stingere a aparatelor de joasă tensiune se bazează pe îndeplinirea condiției: caracteristica statică a arcului electric de curent continuu,  $U_d = f(I_d)$  pentru  $l_a = ct$ , să se afle deasupra caracteristicii externe a sursei; practic, curba corespunzătoare lui  $l_a$  din Fig. 4.5, este situată deasupra dreptei (1), care are ecuația :

$$U = U_d - RI_a \quad (4.12)$$

unde:  $U_d = 1.1U_n$ , iar  $R$  este rezistența internă a sursei. Așadar, condiția de stingere a arcului electric este ca tensiunea pe coloana de arc să devină mai mare decât diferența dintre valoarea tensiunii deconectate și căderea de tensiune pe rezistența internă a sursei :

$$U_a > U_d - RI_a \quad (4.13)$$

Lungimea arcului corespunzătoare situației în care curbele (1) și (3) sunt tangente, se numește lungime critică  $l_{cr}$ .

Pot exista două situații:

- Se cunosc parametrii camerei de stingere, deci caracteristica (3) din Fig. 4.5, caz în care, construind tangente la această curbă, se pot determina valorile tensiunii și curentului care pot fi deconectate. De exemplu, pentru tensiunea  $U'_d$ , curentul din circuit nu trebuie să depășească valoarea lui  $I'_d$ .

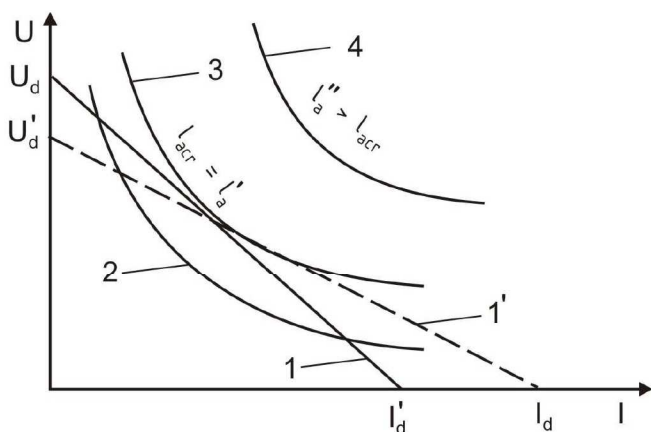


Fig. 4.5. Stingerea arcului electric în curent continuu

- Se cunoaște caracteristica sarcinii, adică mărimile  $U_d$  și  $I_d$ , caz în care, se vor alege parametrii dispozitivului de stingere, astfel încât caracteristica sa  $U - I$  să fie situată deasupra caracteristicii sarcinii, fiind necesară cunoașterea legii

de dependență dintre  $U_d$  și  $I_d$  pentru dispozitivul de stingere respectiv.

Într-o rețea având un caracter slab inductiv,  $L < 10^{-2}[\text{H}]$ , în momentul stingerii arcului electric, lungimea acestuia va fi chiar  $l_{cr}$ , deoarece scăderea curentului se va produce practic simultan cu lungirea arcului electric.

Când circuitul are un caracter inductiv destul de important,  $L > 10^{-2}[\text{H}]$ , scăderea valorii curentului odată cu alungirea arcului electric va fi încetinită, ceea ce va conduce la faptul că arcul se va stinge după ce lungimea sa va depăși valoarea  $l_{cr}$  fapt ilustrat de următoarea relație, valabilă pentru contactoarele cu suflaj magnetic:

$$l_{cr} \approx k \cdot U_d \cdot I_d^{1/3} \quad (4.14)$$

unde  $k = 0.013 [\text{cmV}^{-1}\text{A}^{-1/3}]$  pentru circuite inductive, și are o valoare de aproape două ori mai mică pentru circuitele rezistive.

#### 4.6. Dimensionarea camerei de stingere cu fantă longitudinală situată în câmp magnetic transversal

Camera de stingere cu fantă longitudinală se utilizează atunci când nu este posibilă stingerea arcului electric ca urmare a alungirii mecanice și respectiv sub acțiunea forțelor electrodinamice de interacțiune dintre arc și curentul ce parcurge căile de curent ale aparatului electric.

Și în acest caz lungimea critică se determină pentru valori ale curentului  $I_a$ , astfel ca timpul de arc  $t_a \leq 0.1\text{s}$ , iar supratensiunea de deconectare să fie mai mică decât amplitudinea tensiunii de încercare a rigidității dielectrice  $U_i$ .

Pe baza acestor calcule se stabilesc dimensiunile camerei de stingere după care se calculează din nou valorile duratei de ardere a arcului electric.

În Fig. 4.6 este prezentată o secțiune cu un plan perpendicular pe contactul mobil și contactul fix, realizată prin camera de stingere cu fantă îngustă din Fig. 4.3, unde notațiile au următoarele semnificații:

- $\delta_p$  este distanța dintre piesele polare (4);
- $\delta_{fk}$  este distanța dintre pereții ceramici ai camerei de stingere, în zona de separare a contactelor;
- $\delta_f$  este lățimea fantei camerei de stingere, care la camerele cu fantă îngustă este mai mică decât diametrul coloanei arcului electric, calculată cu relația (4.3) sau cu (4.4), deoarece diametrul coloanei de arc depinde de  $I_d$  de  $v_a$  și de condițiile de răcire ale coloanei de arc, aceeași cameră de stingere se va comporta pentru unele tipuri de arc electric ca îngustă, iar pentru altele ca largă.

Tensiunea la bornele arcului electric de curent continuu este,

$$U_a = U_e + E_a \cdot l_a \approx E_a \cdot l_a \quad (4.15)$$

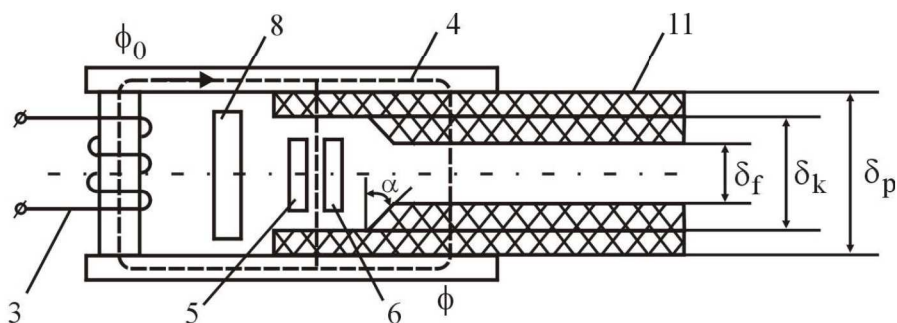


Fig. 4.6. Camera de stingere cu fantă longitudinală și suflaj magnetic

Pentru valori mari ale lui  $U_n$ , termenul  $U_e$  va fi neglijabil. La calculul camerelor de stingere cu fantă longitudinală, pentru a nu se obține gabarite ridicate ca urmare a valorilor mari ale lui  $I_a$  în partea superioară a fantei se prevăd labirinți în zig-zag sau ondulate, fiind mai indicată sporirea valorii gradientului  $E_a$ , deoarece această creștere conduce în afara posibilității de a reduce dimensiunile de gabarit ale camerei de stingere și la scăderea timpului de ardere a arcului electric. Reducerea lui  $E_a$  se obține diminuând cota  $\delta_f$ , respectând condiția :

$$\delta_f \geq 1.5\text{mm} \quad (4.16)$$

Pentru a obliga arcul electric să intre în fanta cu lățimea  $\delta_f$ , între aceasta și zona în care se găsesc contactele (5) și (6), cota  $\delta_k$ , trebuie să existe o trecere lină; trebuie de asemenea folosit suflajul magnetic al bobinei (3) înseriată cu contactele de rupere care produce un câmp perpendicular pe coloana de arc. Dimensionarea circuitului magnetic de suflaj se va face astfel încât acesta să fie nesaturat la valori mici ale curentului și saturat la valori mari ale curenților.

#### 4.7. Calculul camerelor de stingere ale aparatelor de joasă tensiune de curent alternativ

La stingerea arcului electric de curent alternativ au rol determinant procesele ce se produc în vecinătatea catodului, în timpul trecerii curentului prin zero. În zona din vecinătatea catodului, pentru curenți cuprinși între 10 și 1000A, rigiditatea dielectrică  $U_d$  se restabilește, având valori între (70...300)V pentru arcul liber (în aer), iar pentru arcul electric din camerele de stingere cu grile metalice: (50...70)V atunci când nu există dificultăți pentru deplasarea arcului, și (20...30)V atunci când arcul întâmpină piedici în deplasarea sa. Amplitudinea valorii maxime a tensiunii de restabilire care apare între contactele aparatului în momentul trecerii curentului prin zero, va fi dată de:

$$U_m = \frac{1.1 \cdot \sqrt{2} \cdot U_n}{\sqrt{3}} \cdot k_s \cdot \sin \varphi \quad (4.17)$$

unde:

$U_n$  este valoarea eficace a tensiunii nominale;

$\varphi$  este defazajul între curentul și tensiunea sursei ;

$k_s$  este coeficient de schemă, a cărui valoare este dată în tabelul 4.1:

**Tabelul 4.1 Valorile coeficientului de schemă**

Felul deconectării	$k_s$
Deconectarea circuitului trifazat cu un aparat tripolar	1.5
Idem, dar pentru cazul când sursa și receptorul au nulul legat la pământ	1.0
Deconectarea circuitului bifazat cu un aparat bipolar	0.865
Idem, dar cu un aparat monopolar	1.73

Procesul de restabilire a tensiunii poate fi oscilant sau aperiodic; în cazul celui aperiodic  $U_m < U_d$ , iar la cel oscilant,  $U_m > U_d$ ; cu  $U_d$  s-a notat valoarea amplitudinii tensiunii deconectate. Stingerea arcului în cazul procesului oscilant de deconectare, are loc în condiții mai dificile, viteza medie de creștere a tensiunii tranzitorii de restabilire, fiind:

$$\left( \frac{du_r}{dt} \right)_{med} = 2 \cdot k_a \cdot f_0 \cdot U_d \quad (4.18)$$

cu coeficientul  $k_a$  având relația de calcul:

$$k_a = \frac{U_m}{U_d} = 1 + e^{-0.0003 \cdot f_0} \quad (4.19)$$

$f_0$  fiind frecvența tensiunii tranzitorii de restabilire.

În circuitele de comandă care conțin înfășurările electromagneților de curent alternativ,  $f_0 = (1\ 000 \dots 7\ 000)$  Hz. Frecvența tensiunii tranzitorii de restabilire care apare la deconectarea acestor circuite, se determină cu relația:

$$f_0 = \frac{6.5 \cdot 10^6}{w} \cdot \sqrt{\frac{l+100\delta}{s}} \text{ [Hz]} \quad (4.20)$$

unde:

$\delta$  - întrefierul circuitului magnetic [cm] ;

$l$  - lungimea medie a liniei de câmp magnetic [cm] ;

$s$  - secțiunea transversală a circuitului magnetic [cm<sup>2</sup>];

$w$  - numărul de spire al bobinei.

În cazul comutației curenților intensi folosind camere de stingere închise, din care gazele ionizate sunt îndepărtate mai greu din zona cuprinsă între contactele de comutație, se recomandă mărirea valorii lui  $\delta_{ef}$  spre a evita reaprinderea arcului de comutație la  $U_n$  de 400V și în special la 660V.

Pentru calculul camerelor de stingere de curent alternativ, sunt necesare următoarele date inițiale :

$U_d$  - valoarea maximă a tensiunii sursei de alimentare ;

$I_d$  - valoarea curentului deconectat ;

$f$  - frecvența curentului, deconectat ;

$f_0$  - frecvența proprie a rețelei deconectate ;

$k_s$  - coeficientul de schemă ;

$z$  - numărul de deconectări pe oră ale aparatului proiectat ;

$L$  - inductivitatea rețelei deconectate :

$$L = \frac{U_n \cdot \sin \varphi_0}{\omega \cdot I_d} = \frac{U_n}{\omega \cdot I_d} \cdot \sqrt{1 - \cos \varphi_0} \quad (4.21)$$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ;  $\varphi$  este defazajul inițial dintre tensiune și curent, corespunzător poziției închise a contactelor de comutație.

#### 4.8. Calculul camerei de stingere cu grile metalice

Pentru curenți nominali de la câteva sute de amperi și până la 7000A, când contactele de tipul punte nu mai pot asigura o rupere eficientă a arcului electric, și la un număr relativ redus de conectări pe oră, până la 600c/h, este indicată folosirea camerelor de stingere cu grile metalice compuse din plăcuțe feromagnetice care permit reducerea importantă a lungimii arcului și stingerea acestuia într-un volum redus, diminuând sensibil efectele luminoase și sonore aferente procesului de comutație.

Factorii determinanți în stingerea arcului electric în camera cu grile metalice sunt valoarea inițială a rigidității dielectrice  $U^0$  din zona situată în imediata vecinătate a catodului în fiecare interval dintre două plăcuțe de oțel vecine și numărul  $n$  al acestor intervale.

Restabilirea rigidității dielectrice în spațiul post-arc dintre două plăcuțe vecine poate fi exprimată sub forma următoarelor funcții de timp :

$$u_d(t) = U_d^0 + k_d t \quad (4.22)$$

unde  $U_d^0$  este valoarea inițială a rigidității dielectrice iar  $k_d$  este viteza de creștere a rigidității dielectrice [V/s]. Aceste două mărimi se pot calcula cu următoarele formule empirice:

$$U_d^0 = U^o \cdot \sqrt{n - 0.6} \quad [\text{V}]$$

unde :

$$U_0 = (0.72 + 7.6 \delta_p) \quad (4.23)$$

$$k_d = k_d^0 \cdot \sqrt{n - 0.6} \quad (4.24)$$

unde:

$$k_d^0 = \frac{820 + \delta_p^2 \cdot (\sqrt{I_d} - 5,7) 10^{6 \cdot \sqrt{\Delta p}}}{2 \cdot \sqrt{I_d} \cdot (40 + \sqrt{T - 273})} \quad (4.25)$$

iar  $\Delta p$  și  $\delta_p$  reprezintă grosimea plăcuței și respectiv distanța dintre două plăcuțe consecutive [mm];

$T$  - temperatura [K] a plăcuțelor din regimul termic staționar (corespunzător locului cu temperatura cea mai mare) ;

$$T = 293 + 0.018 \cdot I_d \cdot \sqrt{z} \quad [K] \quad (4.26)$$

cu  $z$ , numărul de conectări pe oră (frecvența de comutație).

Expresiile (4.23...4.27), sunt stabilite pentru:  $I_d = (100...2400)A$ ;  $\Delta p = (1...5)mm$ ;  $\delta_p = (2...12)mm$  și  $T = (293...680)K$ ; aceste relații de calcul pot fi extrapolate și pentru alte valori ale lui  $I_d$  și ale parametrilor camerei de stingere cu grile metalice.

Tensiunea minimă de ardere a arcului electric în camera de stingere, poate fi calculată cu formula empirică :

$$U_a = U_a^0 \cdot \sqrt{n - 0.6} \quad [V] \quad (4.27)$$

unde:

$$U_a^0 = (110 + 0.033 \cdot I_d) \cdot (0.7 + 0.04 \cdot \delta_p) \quad (4.28)$$

Durata de ardere a arcului electric în camera cu grile metalice poate depăși o semiperioadă, ca urmare a pătrunderii neuniforme a arcului între plăcuțele metalice; motiv pentru care numărul de plăcuțe rezultat din calcule se va majora cu circa (3...5). Pentru ca la o durată de ardere a arcului  $t_a$  egală cu două semiperioade acesta să nu iasă din cadrul camerei de stingere cu grile, lungimea minimă a plăcuțelor va trebui să îndeplinească condiția:

$$l_p \geq 1.73 \delta_p^2 \cdot t_a \cdot \sqrt[3]{I_d} \quad [cm] \quad (4.29)$$

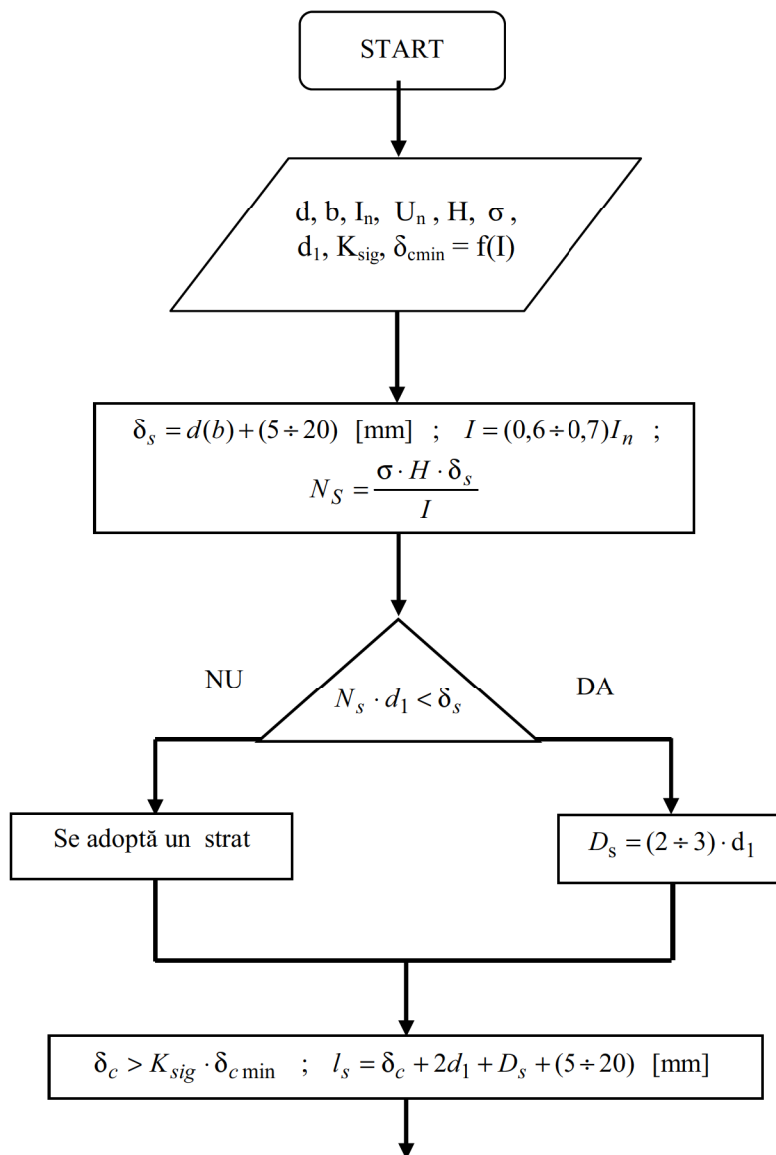
Pe baza rezultatelor obținute din calculele anterioare, se vor stabili principalele dimensiuni ale camerei de stingere cu grile metalice.

#### 4.9. Metodologia de calcul a camerelor de stingere

Organigrama pentru calculul camerei de stingere cu suflaj magnetic, Fig. 4.7, specifică contactoarelor de curent continuu, are următoarele date inițiale principale:

- curentul nominal,  $I_n$ ;

- tensiunea nominală,  $U_n$ ;
- dimensiuni geometrice cale curent,  $d$ ,  $b$ ;
- intensitatea câmpului magnetic,  $H$ .





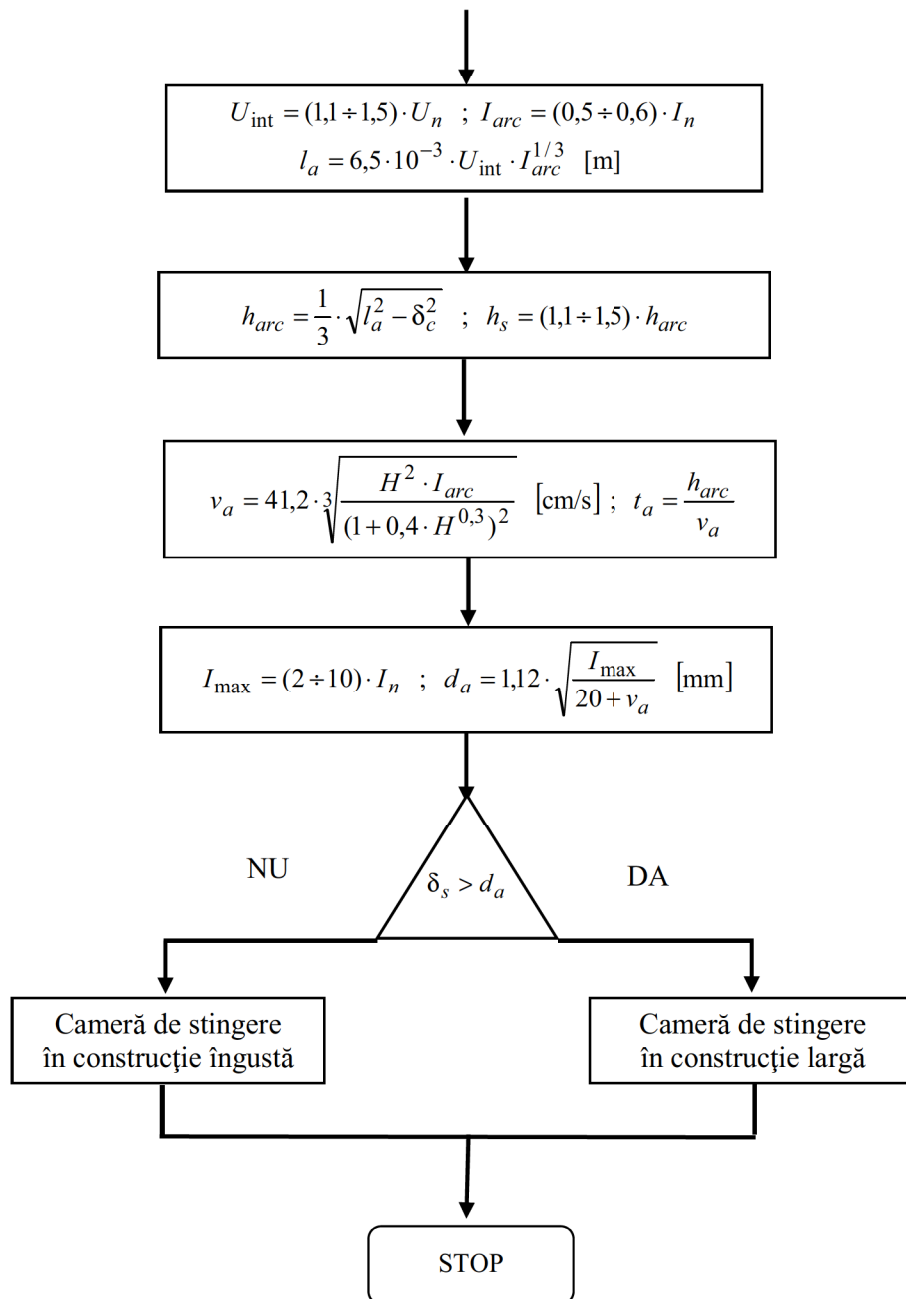
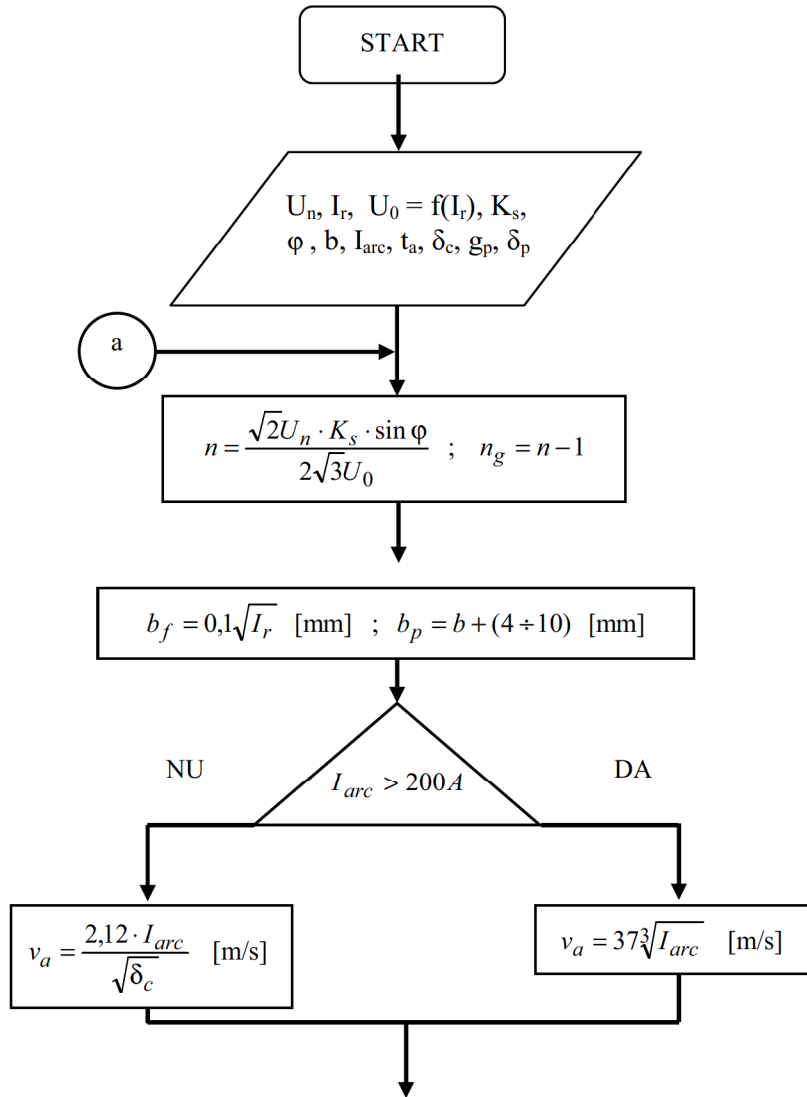


Fig. 4.7. Organigrama pentru calculul camerei de stingere cu suflaj magnetic

Organigrama pentru calculul camerei de stingere cu grile metalice, Fig. 4.8, specifică contactoarelor de curent alternativ, are următoarele date inițiale principale:

- tensiunea nominală,  $U_n$ ;
- curentul de arc,  $I_{arc}$ ;
- curentul de rupere,  $I_r$ ;
- lățimea căii de curent,  $b$ ;
- defazajul  $\varphi$ ;
- timpul de arc,  $t_a$ ;
- distanța între contacte,  $\delta_c$ .



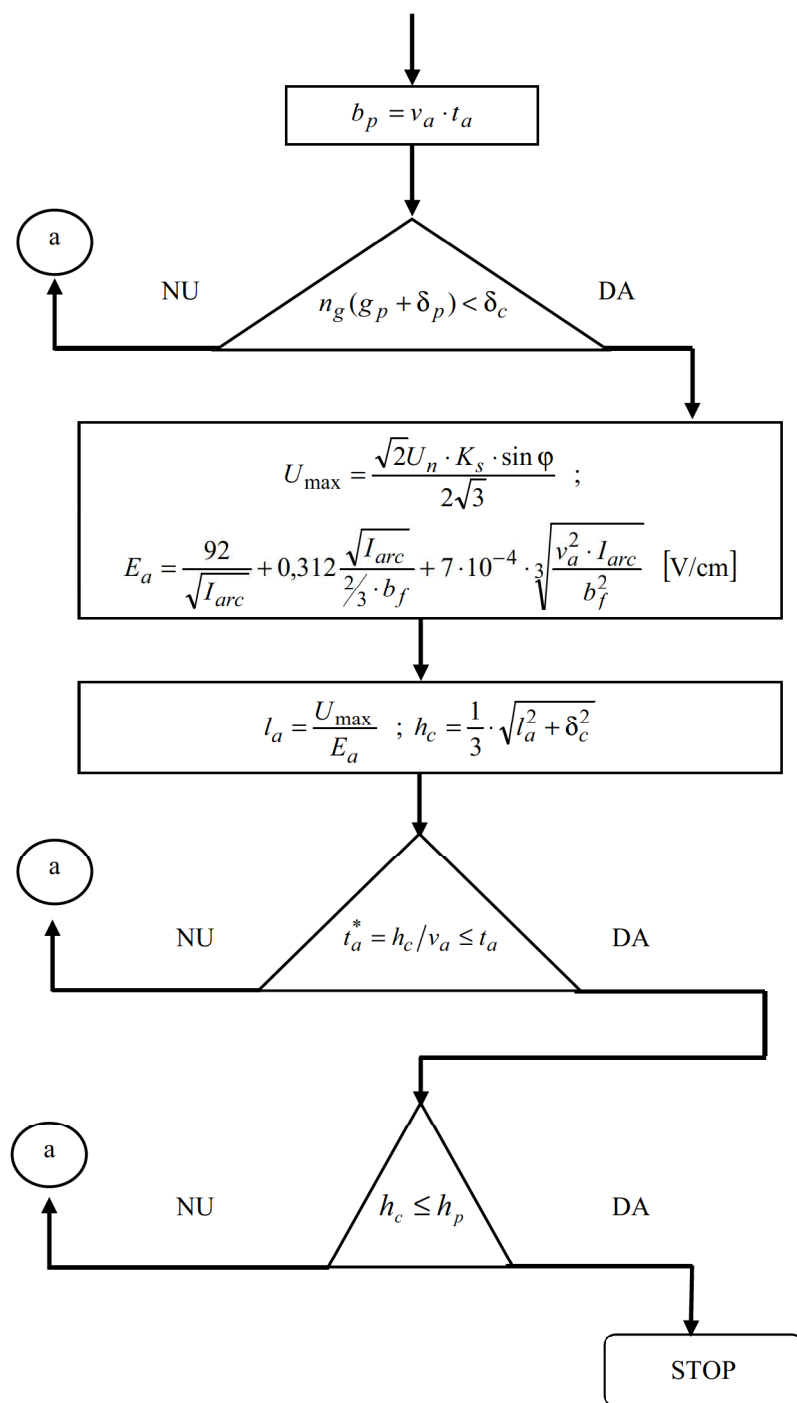


Fig. 4.8. Organigrama pentru calculul camerei de stingere cu grile metalice

Capitolul 5

## CALCULUL CINEMATIC AL MECANISMELOR DE ACȚIONARE

### 5.1. Schema cinematică a aparatului. Determinarea parametrilor cinematici

Schema cinematică se construiește pentru poziții caracteristice ale aparatului, în special pentru cele două poziții limită: conectată și respectiv deconectată. În Fig. 5.1 este reprezentată schema cinematică a unui contactor cu mișcare de rotație a armăturii mobile.

Planul vitezelor și al accelerațiilor, în cazul când nu se cunosc valorile acestora, se va construi în mărimi relative; în acest caz, pentru a afla vitezele punctelor care sunt necesare, viteza punctului de reducere a vitezelor (de obicei cea a contactului mobil) se va alege egală cu  $1[m/s]$ , deoarece nu se calculează valorile absolute ale vitezelor diferitelor elemente ale mecanismului, ci rapoartele dintre vitezele  $v$ , ale acestor puncte și viteza 'v' a punctului de reducere a vitezelor. Valorile absolute ale vitezelor diferitelor puncte vor fi determinate cu ocazia integrării ecuației de mișcare a mecanismului.

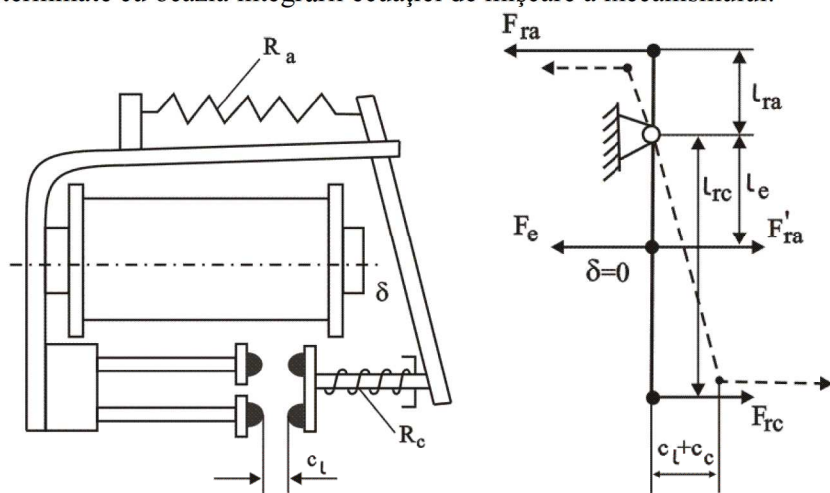


Fig. 5.1. Aplicarea metodei de reducere a forțelor la un contactor de c.c.

### 5.2. Calculul și reducerea forțelor active

Forțele și cuplurile reduse trebuie să fie echivalente din punct de vedere al acțiunii lor, cu forțele și cuplurile reale.

Valoarea forței reduse  $F'$  se determină din condiția ca lucrul mecanic produs de aceasta pe traiectoria punctului de reducere, să fie egal cu lucrul mecanic al forței reale. Punctul și elementul în care se face reducerea, este indicat să fie alese în locul de acțiune al principalei forțe active, sau în alte cazuri, pe contactul mobil al aparatului. De exemplu, pentru mecanismul contactorului din Fig. 5.1, forța  $F_{ra}$  cu care acționează resortul antagonist, poate fi redusă în punctul de aplicație al forței electromagnetice  $F_e$ , pe baza următoarei relații:

$$l_1 \cdot F'_{ra} = F_{ra} \cdot l_{ra} \Rightarrow F'_{ra} = \frac{F_{ra} \cdot l_{ra}}{l_1} \quad (5.1)$$

unde:

$l_1$  și  $l_{ra}$  sunt brațele forțelor  $F_e$  și  $F_{ra}$  în raport cu articulația elementului pe care sunt aplicate;

$F'_{ra}$  este forța  $F_{ra}$  redusă în raport cu punctul de aplicație al forței  $F_e$ .

În cazul mecanismelor cu mai multe elemente, forța care acționează asupra punctului  $i$  al mecanismului în direcția mișcării  $h_b$ , poate fi redusă în punctul  $a$ , care se deplasează în direcția  $h_a$ , folosind relația

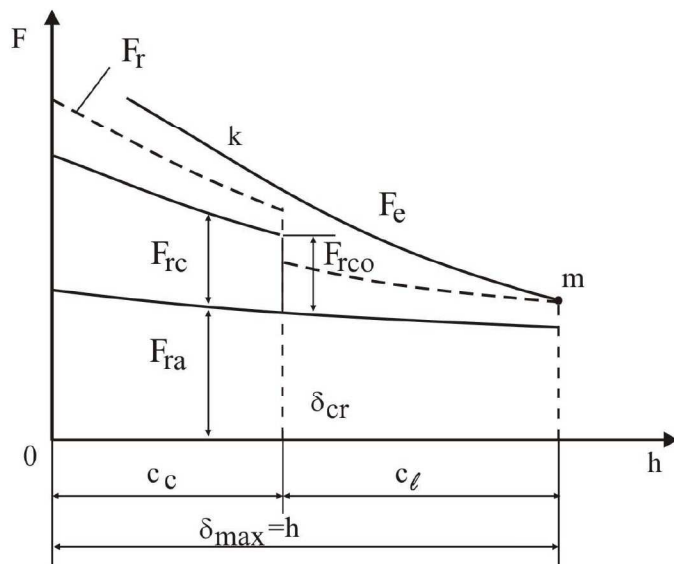
$$F'_i = F_i \cdot \frac{dh_i}{dh_a} \quad (5.2)$$

Valoarea derivatelor se poate calcula din caracteristica cinematică  $h_i = f(h_a)$ , care se obține pe cale analitică sau pe cale grafică. O metodă frecvent utilizată pentru reducerea forțelor este metoda Jukovsky.

### 5.3. Construcția caracteristicii forțelor active și a celor rezistente

Ambele caracteristici se construiesc pe aceeași diagramă, pentru cazul conectării, respectiv pentru cel al deconectării aparatului; deși forțele active sunt orientate în sens contrar în raport cu cele rezistente, caracteristicile corespunzătoare se construiesc în același cadran, pentru a facilita corelarea celor două categorii de forțe.

Pe axa absciselor, Fig. 5.2, se trece cursa  $h$ , sau unghiul  $\varphi$  de deplasare a elementului conducător sau condus, alegându-se tot același element al mecanismului ca element sau punct în raport cu care se face reducerea forțelor respectiv a momentelor. Pe ordonate diagramei se trec valorile forțelor reduse, cu excepția cazului în care nu se face reducerea, cum ar fi cazul mecanismelor (electromagneților) cu mișcare de translație. Caracteristicile diferitelor forțe se însumează, obținându-se astfel caracteristica forței rezistente, respectiv a celei active rezultante.



**Fig. 5.2.** Construcția caracteristicii forțelor active și a celor rezistente pentru un electromagnet

În Fig. 5.2 s-au prezentat curbele de dependență față de cursa amăturii mobile ( $h = \delta$ , egală cu întrefierul) a electromagnetului contactorului din Fig. 5.1; deoarece acesta are o mișcare de rotație a armăturii mobile, în loc de  $h$  se putea transpune pe axa absciselor unghiul  $\varphi$  de rotație a armăturii mobile față de poziția sa de repaus. Dintre forțele rezistente s-au prezentat pentru simplificarea construcției, numai  $F_r = F_{ra} + F_{rc}$ , notându-se:

$F_{ra}$  - forța rezistentă a resortului antagonist, Fig. 5.1;

$F_{rc}$  - forța rezistentă a resorturilor care asigură forța de apăsare în contacte;

$F_e$  - forța electromagnetică exercitată asupra armăturii mobile de către electromagnetul contactorului.

Valoarea  $F_{ra}$  a forței exercitate de către resortul antagonist se alege astfel încât în poziția deschisă a contactelor, această forță să fie suficientă pentru a împiedica închiderea contactelor, datorită șocurilor la care este supus aparatul în exploatare. Valorile acestei forțe și legea sa de dependență față de cursă se aleg în funcție de tipul aparatului:

- Pentru relelele de mică putere, este suficient ca  $F_{ra}$  să fie egală cu greutatea proprie a armăturii mobile (0.1...0.3N), pe când la același tip de releu, dar care echipează avioanele,  $F_{ra}$  trebuie să fie de peste 9 ori mai mare decât greutatea armăturii mobile a electromagnetului. La electromagneții care lucrează în condiții de vibrații și șocuri mecanice, sistemele care fac parte din echipajul mobil trebuie să fie echilibrate mecanic, sau trebuie să fie alese valori mari pentru  $F_{ra}$  corespunzător poziției deschise ale aparatului;
- Panta curbei  $F_{ra} = f(h)$  nu se alege prea mare, spre a nu mări nejustificat forța

activă a mecanismului de acționare. Valoarea definitivă a pantei, respectiv a forței  $F_{ra}$  corespunzătoare poziției deschise a aparatului (la  $\delta_{\max}$ ) se vor stabili cu ocazia corelării caracteristicilor forțelor active și rezistente.

Mărimea  $F_{rco}$  a forței inițiale de apăsare în contacte în momentul atingerii acestora (la  $\delta = \delta_{cr}$ ), va marca un salt în curba rezultantă  $F_r = F_{ra} + F_{rc}$ ; această curbă va fi construită, luându-se în considerare toleranțele maxime pozitive (prin adaus) admise la execuția resoartelor și a altor repere ale mecanismului de acționare, multiplicând forțele antagoniste cu coeficientul de siguranță pentru forte  $k_{sf}$ . Valoarea forței  $F_{rco}$  se alege egală cu  $(0.5...0.7) \cdot F_{rc|\delta=0}$ , unde cu  $F_{rc|\delta=0}$  s-a notat valoarea finală (la întrefier nul) a forței de apăsare în contact.

Coeficientul care ia în considerare abaterile admisibile ale forțelor și ale momentelor, trebuie adoptat pentru cazurile cele mai defavorabile. Abaterile se consideră la dimensiunile resoartelor, a reperelor și la montaj, care prin însumarea lor pot determina ca valoarea forței reale să depășească cu mult pe cea rezultată din calcule.

Pentru condițiile normale de execuție, la contactoare se adoptă:

$$K_{sf} = (1.3...1.7) \quad (5.3)$$

Valorile acestui coeficient pot ajunge până la 2.4 pentru cazul în care condițiile de precizie la execuția reperelor aparatului nu sunt satisfăcătoare.

#### 5.4. Corelarea caracteristicilor forțelor active și rezistente

Uneori, după ce au fost inițial trasate, caracteristicile nu îndeplinesc condițiile menționate, fapt care impune corelarea caracteristicilor forțelor active, cu a celor rezistente. Caracteristicile pot fi modificate prin următoarele metode:

- micșorarea sau mărirea valorii forței sau a cuplului activ;
- folosirea altui tip de mecanism de acționare, cu o altă caracteristică a forței active;
- modificarea constantei resoartelor,  $k[N/m]$ .

Corelarea caracteristicilor presupune, în esență, îndeplinirea următoarelor condiții:

1. Forța sau cuplul activ, trebuie să fie mai mari decât forța sau cuplul rezistent. De exemplu, la electromagnetul mecanismului de acționare a cărui caracteristică este prezentată în Fig. 5.3, în cazul când caracteristica forței active este curba  $F_{e1}$ , conectarea aparatului nu poate avea loc, datorită faptului că în poziția deschisă a electromagnetului punctul  $a_1$  se află sub  $a$ , deci la întrefier maxim ( $\delta_{\max}$ ) valoarea forței active  $F_{e1}$  este inferioară celei rezistente  $F_r$ ; atunci când caracteristica forței active este curba  $F_{e2}$ ; în momentul atingerii contactelor va apare o frânare a mișcării (deoarece punctul  $b_1$  este situat sub  $b$ ), frânare care



poate determina fuziunea contactelor. Dacă echipajul mobil are o rezervă suficientă de energie cinetică (care este egală cu dublul ariei  $a-c-b_1-a$ , atunci contactul mobil va reuși să atingă finele cursei de închidere;

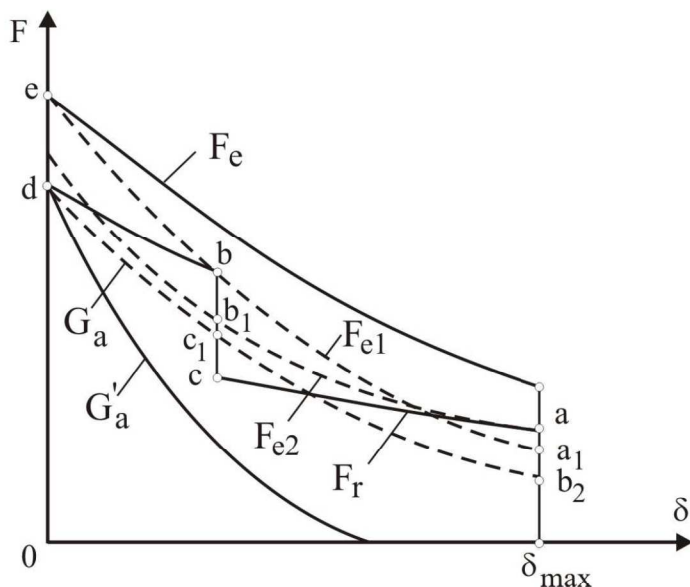


Fig. 5.3. Corelarea caracteristicilor forțelor active și rezistente

2. Valorile minime ale forțelor active nu trebuie să fie inferioare valorii forței rezistente  $F_r$ , din punctele cursei corespunzătoare întrefierului maxim ( $\delta_{max}$ ) și respectiv celui critic ( $\delta_{cr}$ ). Astfel, este de preferat, de exemplu, ca în punctul  $a$  care corespunde cu începutul cursei de închidere, și în punctul  $b$  care corespunde momentului atingerii contactelor, să fie îndeplinită condiția  $F_e = F_r$  (unde cu  $F_e$  s-a notat valoarea forței electromagnetice active conectat la valoarea minimă admisă a tensiunii de alimentare la  $0.85U_n$  armătura electromagnetului de acționare a contactorului trebuie să fie atrasă și menținută fără vibrații), și caracteristica forței active este curba  $F_{e2}$ , atunci deplasarea armăturii mobile nu va începe. Dacă în momentul atingerii contactelor forța activă va avea o valoare prea mare (punctul  $b$ ), atunci la finele cursei armăturii mobile se va produce un șoc prea intens (cazul caracteristicii  $F_{e1}$ );
3. Valorile maxime ale forțelor și momentelor active trebuie limitate, pentru ca diferența dintre ele și forțele (cuplurile) rezistenet să nu fie prea mare, ci doar suficientă pentru obținerea vitezei necesare a elementului conducător (valoarea impusă de necesitatea stingerii arcului electric de comutație  $a c b d e g a$ , care este egală cu energia potențială,

nu trebuie ca la  $1.05U_n$  să depășească o valoare prea mare, la  $1.05U_n$ , contactorul trebuie să funcționeze în condiții normale, timp nelimitat). Diminuarea șocurilor la închidere, este posibilă pe calea apropiierii caracteristicii resoartelor ce asigură forța de apăsare în contacte ( $F_{re}$ , Fig. 5.2) de curba  $F_e$  a forței active. Acest deziderat poate fi realizat măbind constanta  $k$  a resoartelor respective;

4. Pentru un contactor cu mișcare de rotație montat analog celui din Fig. 5.1, greutatea armăturii mobile  $G_a$  va reprezenta o forță activă la aclașare și rezistentă la declanșare; ca urmare, în acest caz trebuie îndeplinită condiția ca, curba  $G_a = f(\delta)$  să nu fie dispusă ca în Fig. 5.3, unde intersectează în punctul  $c_1$  caracteristica  $F_r$  (care la deconectare, fiind suma dintre  $F_{ra}$  și  $F_{re}$ , reprezintă rezultanta forțelor active), și ca urmare la valoarea întrefierului corespunzător abscisei punctului  $c_1$  mișcarea de declanșare va înceta (deoarece  $G_a > F_r$ ); caracteristica corespunzătoare greutății armăturii mobile trebuie să aibă alura curbei  $G'_a$ , caz în care mișcarea de declanșare va continua până la capătul cursei.

Capitolul 6

**CALCULUL ELECTROMAGNEȚILOR  
DE CURENT CONTINUU**

**6.1. Calculul fluxului magnetic corespunzător valorii critice a forței**

Valoarea cu care debutează calculul este mărimea forței de acțiune a electromagnetului  $F_{ea}$ , care se alege egală cu cea a valorii critice  $F'_{rcr}$  a forței rezistente, redusă la întrefierul de lucru, și folosind valorile permeanțelor întrefierurilor. Se determină valoarea exactă a fluxului magnetic în întrefierul de valoarea critică și valoarea necesară a solenației  $\theta_\delta$  pentru a produce acest flux.

Pentru electromagneți la care odată cu modificarea întrefierului  $A_\theta$ , se modifică și valoarea permeanței de scăpări  $\lambda_\sigma$  iar fluxul de scăpări determină o forță electromagnetică suplimentară, forța electromagnetică de atracție a electromagnetului va fi calculată cu relația:

$$F_e = \frac{\theta_\delta^2}{2} \cdot \left( \frac{d\Lambda_\delta}{d\delta} + \frac{d\Lambda_\sigma}{d\delta} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi_\delta^2}{\Lambda_\delta^2} \cdot \left( \frac{d\Lambda_\delta}{d\delta} + \frac{d\Lambda_\sigma}{d\delta} \right) \quad (6.1)$$

Pentru electromagnetul cu armătura exterioară, la care de obicei fluxul de scăpări nu produce o forță suplimentară, forța electromagnetică de atracție va fi calculată cu relația:

$$F_e = \frac{\theta_\delta^2}{2} \cdot \frac{d\Lambda}{d\delta} \quad [\text{N}] \quad (6.2)$$

sau:

$$F_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi_\delta^2}{\Lambda_\delta^2} \cdot \frac{d\Lambda_\delta}{d\delta} \quad [\text{N}] \quad (6.3)$$

**6.2. Calculul circuitului magnetic pe porțiuni**

Pentru cazul circuitului magnetic din Fig. 6.1, calculul valorii orientative a solenației înfășurării se utilizează următorul algoritm de calcul:

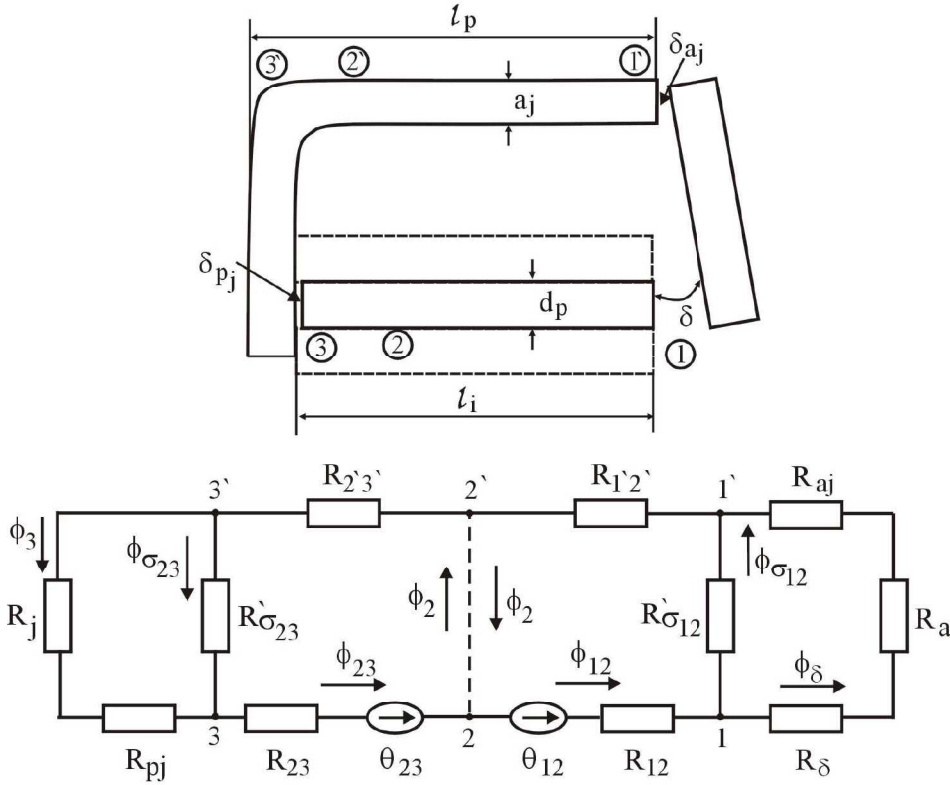


Fig. 6.1. Circuitul magnetic echivalent la un electromagnet de curent continuu

1. Cu relațiile (6.1...6.3) se determină tensiunea magnetomotoare care revine întrefierului principal  $\theta_{dec} = \theta_{\delta r}$ . Se calculează solenația înfășurării:

$$\theta_i = (1.2 \dots 1.6) \cdot \theta_{\delta r} \quad (6.4)$$

2. Părțile componente ale solenației înfășurării se calculează cu expresiile:

$$\theta_{12} = \frac{l_{12}}{l_i} \cdot \theta_i, \quad \theta_{23} = \frac{l_{23}}{l_i} \cdot \theta_i, \quad \theta_{12} + \theta_{23} = \theta_i \quad (6.5)$$

Diferența de potențial magnetic (tensiunea magnetică) între punctele 1 și 1' (Fig. 6.1) este dată de relația:

$$U_{m11'} = U_{m\delta} + U_{ma} + U_{maj} = \frac{\Phi_{\delta}}{\Lambda_{\delta}} + H_a \cdot l_a + \frac{\Phi_{\delta}}{\Lambda_{aj}} \quad (6.6)$$

unde  $H_a$  se determină din curba de magnetizare a materialului, corespunzător inducției  $B_a = \Phi_{\delta} / s_a$ , cu  $s_a$  secțiunea armăturii mobile a electromagnetului, iar  $\Phi_{\delta} / \Lambda_{\delta} = \theta_{\delta nec}$ .

Folosind teorema lui Ohm pentru circuite magnetice, în scopul de a evalua

fluxurile de scăpări din zonele 1 — 2 și 2 — 3 precum și teorema I-a a lui Kirchhoff pentru circuitele magnetice, rezultă pentru nodurile 1 și 3, Fig. 6.1:

$$\Phi_{12} = \Phi_{\delta} + \Phi_{\sigma_{12}} \quad , \quad \Phi_{23} = \Phi_{\sigma_{23}} + \Phi_3 \quad (6.7)$$

unde  $\Phi_3 = \Phi_{jug}$ ,

$$\Phi_{\sigma_{12}} = \frac{U_{m11'}}{R_{\sigma_{12}}} = U_{m11'} \cdot g \cdot l_{12} \quad (6.8)$$

Din relația (6.7) se obține fluxul  $\Phi_{12}$ . Scriind teorema doua a lui Kirchhoff pentru ochiul 211'2'2 și deoarece punctele 2 — 2' au același potențial magnetic, rezultă:

$$\begin{aligned} \Phi_{12} &= H_{12}l_{12} + U_{m11'} + H_{1'2'}l_{1'2'} \\ B_{12} &= \frac{\Phi_{12}}{s_p} \quad ; \quad B_{1'2'} = \frac{\Phi_{12}}{s_j} \end{aligned} \quad (6.9)$$

cu  $s_p$  și  $s_j$ , secțiunea transversală a miezului polar și respectiv cea a jugului:

$$s_p = \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} \quad ; \quad s_j = a_j \cdot b_j$$

Din curba de magnetizare rezultă valorile  $H_{12}$  și  $H_{1'2'}$  corespunzătoare inducțiilor  $B_{12}$  și  $B_{1'2'}$ , și din relația (6.8) se calculează  $\theta_{12}$ .

Deoarece  $U_{22'} = 0$  rezultă:

$$\Phi_{23} = \Phi_{12} \quad (6.10)$$

Scriind teorema a doua a lui Kirchhoff pe ochiul 3'3 2' 3', se obține relația,

$$\theta_{23} = H_{23} \cdot l_{23} + H_{2'3'} \cdot l_{2'3'} + U_{m3'3} \quad (6.11)$$

unde:

$$B_{23} = \frac{\Phi_{23}}{s_p} \quad , \quad B_{2'3'} = \frac{\Phi_{23}}{s_j} .$$

Din curba de magnetizare se extrag corespunzător  $H_{23}$  și  $H_{2'3'}$ , iar din (6.11) se obține valoarea numerică a tensiunii magnetice  $U_{m3'3}$ .

Deoarece:

$$U_{m3'3} = \Phi_{\sigma_{23}} \cdot R'_{\sigma_{23}} \quad (6.12)$$

rezultă:

$$\Phi_{\sigma_{23}} = \frac{U_{m3'3}}{R'_{\sigma_{23}}} = U_{m3'3} \cdot g \cdot l_{23} \quad (6.13)$$

Din (6.7) rezultă valoarea fluxului  $\Phi_3$  :

$$\Phi_3 = \Phi_{23} - \Phi_{\sigma 23} \quad (6.14)$$

și corespunzător inducției:  $B_3 = \frac{\Phi_3}{S_j}$  se obține din curba de magnetizare

intensitatea câmpului magnetic  $H_3$ .

Verificarea corectitudinii calculului se poate face constatând dacă sunt îndeplinite următoarele condiții.

Scriind teorema a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul 3 — 3' — Rj - 3,

$$U_{m_{33'}} + H_j \cdot l_{33'} + \frac{\Phi_3}{\Lambda_{pj}} = 0$$

de unde rezultă:

$$U_{m_{33'}} = - \left( H_j \cdot l_{33'} + \frac{\Phi_3}{\Lambda_{pj}} \right) \quad (6.15)$$

Din teorema a doua a lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul 1 — 1' — 2' — 2 — 1 și, ținând seama de expresia (6.8), se obține:

$$U_{m_{22'}} = H_{12} \cdot l_{12} + U_{m_{11'}} + H_{1'2'} \cdot l_{1'2'} - \theta_{12} \approx 0 \quad (6.16)$$

Calculule se consideră corecte, dacă:

- Valoarea  $U_{m_{33'}}$  calculată cu relația (6.15), coincide practic cu cea rezultată din

(6.11) ;

- Este îndeplinită condiția (6.16) ;

- Este îndeplinită condiția obținută din scrierea teoremei a doua a lui Kirchhoff pe ochiul 3—1 — 1' — 3' — 3:

$$\Sigma H_k \cdot l_k = U_{m_{11'}} + U_{m_{33'}} + H_{23} \cdot l_{23} + H_{12} \cdot l_{12} + H_{1'2'} \cdot l_{1'2'} + H_{2'3'} \cdot l_{2'3'} \approx \theta_i \quad (6.17)$$

În relația (6.17), suma  $\Sigma H_k \cdot l_k$  trebuie să difere cu mai puțin de 10% față de  $\theta_i$  ;

dacă se depășește această limită, înseamnă că pentru  $\theta_{12}$  și  $\theta_{23}$  trebuie adoptate alte valori și calculul anterior se reia.

Procedând potrivit algoritmului prezentat, se determină valoarea solenației înfășurării, necesare acționării electromagnetului :

$$\theta_i = \theta_{nec} \quad (6.18)$$

### 6.3. Caracteristicile forței electromagnetice active

Caracteristica forței active reprezintă dependența forței electromagnetice de atracție a elementului  $F_e$  față de solenația înfășurării  $\theta_i$  pentru valoarea

constantă a întrefierului ( $\delta = ct.$ ), Fig. 6.2.

Numărul necesar de caracteristici ale forței active se va alege în funcție de numărul de valori reprezentative ale solicitărilor, rezultatul din caracteristica forțelor rezistente; în general, numărul acestor caracteristici nu trebuie să fie mai mic decât 3-4, două dintre ele corespund valorilor limită ale întrefierului  $\delta_{max}$  și  $\delta_{at}$  (corespunzător poziției atrase a electromagnetului). (În diagrama din Fig. 6.2, caracteristica forțelor rezistente  $F_r$  are două întrefieruri critice  $\delta_{cr1}$  și  $\delta_{cr2}$  deoarece electromagnetul pentru care a fost trasată are două feluri de contacte (normal închise NI – normal deschise ND), ceea ce implică două salturi ale forței rezistente: prima dată la închiderea contactelor ND ca urmare a deplasării armăturii mobile și apoi, datorită aceleiași cauze, ca urmare a deschiderii contactelor NI).

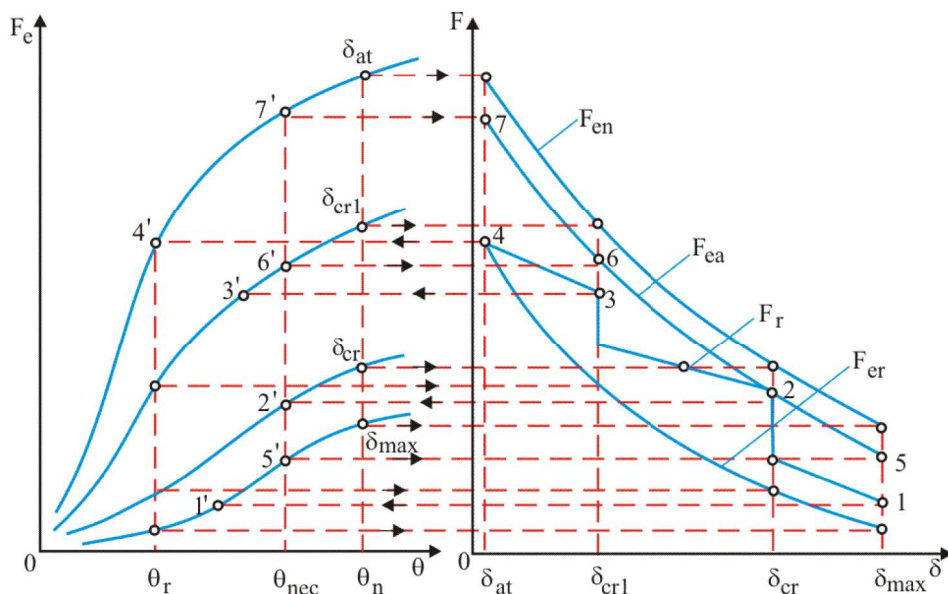


Fig. 6.2. Caracteristica forței active

Valoarea forței  $F_{ea} = F'_{rcr}$  (ultima corespunzând întrefierului  $\delta_{cr}$ ) și solenația calculată corespunzător acestei valori ( $\theta_{nec}$ ), reprezintă coordonatele punctelor 2 și 2' din Fig. 6.2.

În continuare, pentru aceeași valoare a întrefierului  $\delta_{cr}$ , se dau diverse valori  $F_{eaj}$  mai mari sau mai mici decât  $F'_{rcr}$  și se construiește (după ce corespunzător fiecăreia dintre acestea se calculează solenația necesară  $\theta_{nec}$ ), caracteristica  $F_{ea}$  pentru  $\delta = \delta_{cr}$ ,  $F_{ea} = f(\theta)$ .



În mod analog se procedează și pentru celelalte valori importante ale întrefierurilor, construindu-se apoi familia necesară de caracteristici. Pentru valorile semnificative ale ordonatelor din caracteristica forțelor rezistente  $F'_r$ , (punctele 1 - 4) se duce câte o paralelă la axa absciselor, până la intersecția în 1'-4' cu caracteristicile  $F_{ea}$  corespunzătoare. Valoarea maximă care se obține pentru solenație, este cea corespunzătoare punctului 2', solenația  $\theta_{nec}$ . Prin punctul 2' se duce o paralelă la axa ordonatelor, iar punctele de intersecție dintre aceasta (5', 6' și 7') și caracteristicile  $F_{ea}$  la diverse întrefieruri, se proiectează în graficul din dreapta Fig. 6.2, până la intersecția cu abscisele corespunzătoare întrefierurilor respective. Prin punctele astfel obținute, inclusiv prin punctul 2, se trasează o curbă care reprezintă caracteristica forței active a electromagnetului  $F_{ea}$ , care are solicitarea critică la întrefierul  $\delta_{cr}$ .

Corespunzător regimului de desprindere (revenire în poziția neatrasă) a armăturii mobile, din punctul 4, aparținând caracteristicii forțelor rezistente corespunzător întrefierului  $\delta_{at}$  existent în poziția atrasă, se duce o paralelă la axa absciselor, până ce aceasta va intersecta caracteristica forțelor active corespunzătoare întrefierului  $\delta_{at}$ , în punctul 4'; prin acest punct se duce o paralelă la axa ordonatelor, care va corespunde abscisei  $\theta_r$  egală cu solenația corespunzătoare „revenirii”, adică desprinderii armăturii mobile. Trasând paralele prin punctele de intersecție dintre dreapta  $\theta = \theta_r$  și caracteristicile  $F_{ea}$ , punctele de intersecție dintre acestea și abscisele întrefierurilor corespunzătoare, vor determina în diagrama din partea dreaptă a Fig. 6.2 curba  $F_{cr} = f(\delta)$ ; în mod analog se construiește caracteristica  $F_{en} = f(\delta)$ , corespunzătoare valorii nominale a solenației  $\theta_n$ , și eventual caracteristicile  $F_{ea}$  corespunzătoare la alte valori ale solenației.

Este foarte important ca în cadrul acestor construcții de caracteristici, să se facă corelarea dintre caracteristica forțelor active și caracteristicile forțelor rezistente.

#### 6.4. Calculul circuitului magnetic și trasarea caracteristicilor forței active pentru un electromagnet de construcție dată

Spre deosebire de proiectarea unui electromagnet pe baza unor parametri dinainte stabiliți, în situația când există deja un electromagnet de construcție dată, trebuie rezolvată problema inversă, adică stabilirea parametrilor optimi și a caracteristicilor electromagnetului deja existent. În fereastra electromagnetului trebuie dispusă o înfășurare de dimensiuni determinate, care să asigure o solenație definită de expresia,

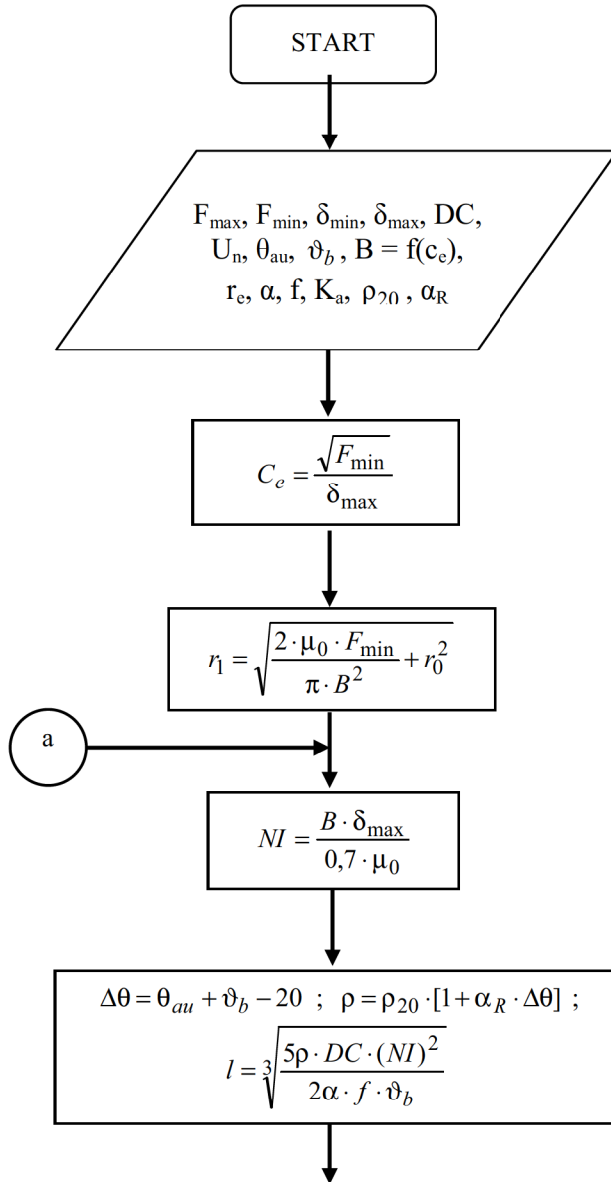
$$\theta_i = k_s \cdot j \cdot l_i \cdot h_i \cdot k_{uCu} \quad (6.19)$$

Pentru a determina valoarea forței active pe care o poate dezvolta electromagnetul, este necesară construcția caracteristicilor forțelor electromagnetice active la diferite valori din Fig. 6.2, potrivit algoritmului prezentat la paragraful anterior. Pe baza caracteristicilor  $F_{ea}$ , se construiește

caracteristica forțelor rezistente  $F_r$ , care trebuie să fie situată sub caracteristica  $F_{ea}$ , și să fie corelată cu aceasta.

**6.5. Metodologia de calcul a unui electromagnet de curent continuu**

Organigrama simplificată privind calculul unui electromagnet de curent continuu, Fig. 6.3, consideră următoarele date inițiale:



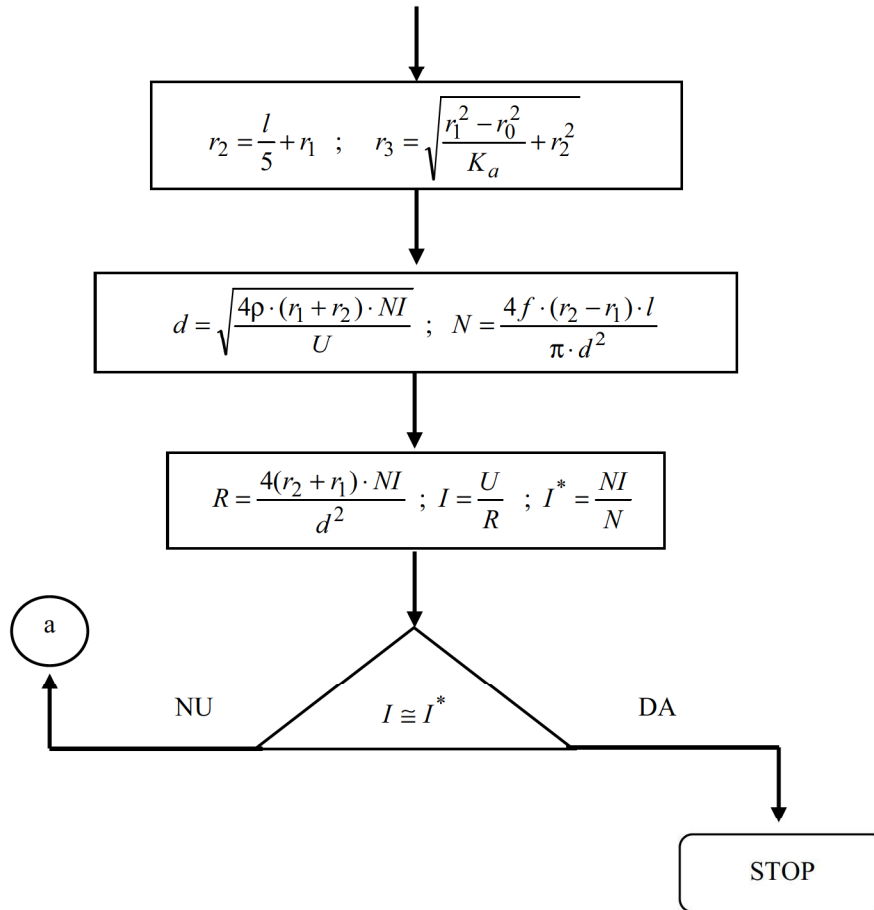


Fig. 6.3. Organigrama simplificată privind calculul unui electromagnet de curent continuu

- forța minimă la întrefier maxim,  $F_{\min}$ ;
- forța maximă la întrefier minim,  $F_{\max}$ ;
- întrefier minim,  $\delta_{\min}$ ;
- întrefier maxim,  $\delta_{\max}$ ;
- durata relativă de conectare, DC;
- tensiunea nominală de alimentare,  $U_n$ ;
- temperatura ambiantă nominală,  $\theta_{an}$ ;
- supratemperatura înfășurării,  $\vartheta_b$ ;
- coeficientul de transmisie termică globală,  $\alpha$ ;
- date geometrice, date de material.

Capitolul 7

**CALCULUL ELECTROMAGNEȚILOR DE  
CURENT ALTERNATIV**

**7.1. Metode de calcul**

La calculul de dimensionare al electromagneților de curent alternativ, trebuie avută în vedere modificarea periodică în timp a parametrilor, pierderile de energie prin curenți turbionari și histerezis în fier și pierderile în spira ecran. Ca urmare a acestor pierderi, fluxurile magnetice din diversele porțiuni ale circuitului magnetic sunt defazate unele față de celelalte. Rezultă că este rațională utilizarea calculului cu mărimi vectoriale, folosind reprezentarea acestora ca fazori în planul complex, reprezentare posibilă doar când fluxul magnetic și solenația sînt sinusoidale, adică atunci când punctul de funcționare se află în zona liniară a curbei de magnetizare.

În calculele aferente electromagneților de curent alternativ, fluxul și inducția magnetică trebuie exprimate prin valorile lor maxime (de amplitudine)  $\Phi_m$  și  $B_m$ .

Algoritmul de calcul al electromagnetului de curent alternativ prevăzut cu bobină de tensiune cuprinde:

1. Construcția schemei echivalente a circuitului magnetic;
2. Determinarea permeanțelor spațiilor de aer, pentru aceleași valori ale întrefierului pentru care se vor calcula caracteristicile forței electromagnetice active;
3. Determinarea factorului de scăpări, corespunzător poziției neutrase a armăturii mobile  $\sigma_{med}$ ;
4. Calculul valorilor fluxului și a inducției magnetice; se va considera inițial valoarea forței de acționare care se va alege ca fiind egală cu cea a forței rezistente reduse la întrefierul critic, și corectată prin coeficientul  $k_{\delta f}$ ,

$$F_{meda} = F'_{rcr} \quad (7.1)$$

Pe baza acestei mărimi se calculează valoarea definitivă a fluxului magnetic din întrefier,  $\Phi_{\delta_n}$  corespunzătoare poziției neutrase a armăturii mobile :

$$F_{med_a} = \frac{\Phi_{\delta_n}^2}{4 \cdot (\Sigma \Delta_{\delta})^2} \cdot \left( \frac{d(\Sigma \Delta_{\delta})}{d\delta} + \frac{1}{3} \cdot \frac{d\Delta_{\sigma}}{d\delta} \right) [N] \quad (7.2)$$

Coeficientul 1/3 din relația anterioară rezultă din faptul că dimensionarea circuitului magnetic se face pentru valoarea medie a fluxului magnetic din polul magnetic care se calculează pe baza  $\Phi_{\delta_n}$  determinat anterior și folosind coeficientul de dispersie  $\sigma_{med_n}$  corespunzător valorii medii a fluxului și poziției neutrase a armăturii mobile:

$$\Phi_{med_n} = \sigma_{med_n} \cdot \Phi_{\delta} \quad (7.3)$$

5. Pe baza valorii  $\Phi_{med_n}$  se calculează numărul de spire  $w$  al bobinei, ținând seama că acest flux magnetic trebuie să fie produs chiar și atunci când tensiunea de alimentare de la bornele bobinei electromagnetului are valoarea minimă :

$$U_{min} = k_{u_{min}} \cdot U_n \quad (7.4)$$

6. Calculul valorii fluxului magnetic din întrefierul principal în care este așezată spira ecran, se face pentru poziția atrasă a armăturii mobile:

$$\Phi_{\delta_{at}} = \frac{\sqrt{2} \cdot k_{u_{min}} \cdot U_n}{\omega \cdot w \cdot \sigma_{med_{at}}} \quad (7.5)$$

unde:

$k_{u_{min}} = (0.7...0.9)$  este un coeficient care ia în calcul scăderea posibilă a tensiunii de alimentare;

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f ;$$

$$\sigma_{med_{at}} = (1,03 \div 1,05);$$

7. Dimensionarea spirelor ecran; dacă nu este îndeplinită condiția de absență a vibrațiilor, atunci calculul trebuie reluat, diminuându-se numărul de spire al înfășurării;

8. Calculul valorii solenației corespunzătoare poziției atrase a armăturii mobile;

9. Calculul parametrilor electrici ai înfășurării pe baza parametrilor magnetici și dimensionarea acesteia;

10. Calculul termic al electromagnetului, și corectarea, dacă este cazul a dimensiunilor acestuia ;

11. Calculul și construcția caracteristicilor forței electromagnetice active;

12. Construcția diagramelor vectoriale;

13. Determinarea timpilor de acționare și de revenire;

14. Calculul parametrilor finali ai electromagnetului proiectat și ai indicatorilor tehnico-economici ai acestuia.

## 7.2. Calculul spirelor ecran

Pentru ca la electromagnetului monofazat de curent alternativ cu spira ecran să nu existe vibrații ale armăturii mobile, este necesar ca valoarea minimă a forței pulsatorii de atracție a armăturii mobile să fie mai mare decât forța rezistentă rezultantă care acționează asupra armăturii mobile, atunci când aceasta se află în poziția atrasă.

Îndeplinirea acestei condiții se realizează amplasând spira ecran astfel încât aceasta să împartă, Fig. 7.1, talpa polului cu secțiunea totală  $s_p$ , într-o porțiune ecranată cu secțiunea  $s_e$  și una neecranată, de secțiune  $s_n$ . Valorile celor două secțiuni sunt astfel alese, încât să asigure trecerea prin acestea a valorilor necesare ale fluxurilor magnetice  $\Phi_e$  și  $\Phi_n$  și respectiv inducțiile magnetice  $B_e$  și  $B_n$ , cât și din condiția ca valoarea pierderilor  $P_e$  din spira ecran, să fie minimă. La electromagnetul cu două întrefieruri, spira ecran se așează pe coloana care conține înfășurarea; la cele cu trei coloane, aceasta se va dispune pe coloanele laterale, în cazul când secțiunea coloanelor circuitului magnetic este diferită, atunci dimensionarea spirelor ecran se va face pentru fiecare coloană în parte. La electromagnetul cu jugul în formă de E, în cazul când spira ecran de pe coloana centrală lipsește, valoarea minimă a forței de atracție din întrefierul central este foarte mică, deci nu va fi luată în considerare la dimensionarea spirei ecran.

Ca date inițiale de calcul se vor utiliza următoarele:

- Valoarea forței rezistente ce acționează asupra armăturii mobile în poziția atrasă a acesteia  $F'_{rat}$ , care se multipliază cu coeficientul  $k_{sf}$ ;

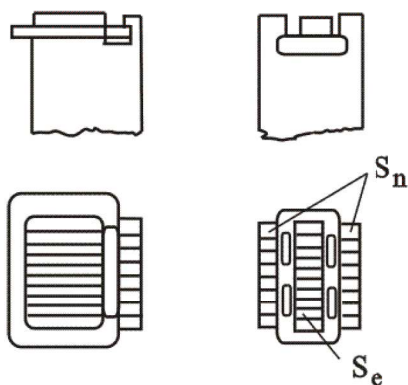


Fig. 7.1 Modalități de fixare a spirei ecran în talpa polară

- Valorile secțiunilor  $s_e$  și  $s_n$  se aleg din calculul preliminar;
- Alegerea modului de realizare a spirei ecran, Fig. 7.1.

În cele ce urmează, se prezintă o metodă de calcul a spirei ecran, pe baza mărimii raportului dintre valoarea minimă admisă  $F_{min}$  a forței de atracție (în cazul existenței spirei ecran) și valoarea medie a forței de atracție, în poziția

atrasă a armăturii  $F_{medat}$ , atunci când spira ecran nu există. Această metodă constă în următoarele etape:

1. Valoarea medie a forței de atracție atunci când spira ecran lipsește, iar armătura mobilă se află la întrefier minim (în poziția atrasă), este :

$$F_{medat} = \frac{\Phi_{\delta at}^2}{4 \cdot \mu_0 \cdot s_{n+e}} \quad [N] \quad (7.6)$$

unde  $\Phi_{\delta at}$  este valoarea rezultată din relația (7.5);

$s_{n+e} = s_p - s_{pe}$ , reprezintă suma suprafețelor ecranată și neecranată, din suprafața  $s_p$  a tălpii polare, egală respectiv cu diferența dintre  $s_p$  și suprafața ocupată din talpa polară ( $s_{pe}$ ) de către spira ecran.

2. Se determină raportul:

$$f_e = \frac{F_{min}}{F_{medat}} = \frac{k_{\delta} \cdot F'_{\gamma at}}{F_{medat}} = \frac{2}{4\alpha + 1} \quad (7.7)$$

unde:

$k_{\delta} = (1.1...1.2)$  este un coeficient de siguranță pentru valoarea minimă a forței de atracție, forță a cărei valoare va crește datorită existenței spirei ecran; când aceasta lipsește de pe coloana centrală, se consideră  $k_{\delta} = 1$ .

3. Raportul dintre suprafețele  $s_n$  și  $s_p$ :

$$\alpha = \frac{s_n}{s_p} = \frac{2 - f_e}{4 \cdot f_e} \quad (7.8)$$

de obicei,  $\alpha = 0.5$ ;

4. Rezistența ohmică a spirei ecran:

$$\gamma_e = \frac{\mu_0 \cdot \omega \cdot s_{n+e}}{\delta_{at}} \cdot \frac{4 \cdot f_e}{(2 + 3 \cdot f_e)^2} \cdot \sqrt{4 - f_e^2} \quad [\Omega] \quad (7.9)$$

unde  $\delta_{at}$  este întrefierul în poziția atrasă a armăturii mobile;

5. Defazajul  $\Psi$  dintre fluxurile  $\Phi_n$  și  $\Phi_e$  atunci când ecranul este format dintr-o singură spirală ( $w == 1$ ), este:

$$tg\Psi = \frac{\omega \cdot \Lambda_e}{\gamma_e} ; \quad \Lambda_e = \frac{\mu_0 \cdot s_e}{\delta_{at}} \quad (7.10)$$

unde  $\Lambda_e$  este permeanța porțiunii ecranate a întrefierului;

6. Fluxurile magnetice  $\Phi_e$  și  $\Phi_n$  sunt definite de expresiile:



$$\Phi_e = \frac{\Phi \delta_{at}}{\sqrt{1+c^2+2 \cdot c \cdot \cos \Psi}}; \quad \Phi_n = c \cdot \Phi \delta_{at}; \quad c = \frac{\alpha}{\cos \Psi} = \frac{s_n}{s_e \cdot \cos \Psi} \quad (7.11)$$

7. În situația când valoarea inducției magnetice din partea neecranată a întrefierului:

$$B_n = \frac{\Phi_n}{s_n} > 1.6 \text{ [T]} \quad (7.12)$$

rezultă faptul că valoarea rezistenței magnetice a porțiunii neecranate a circuitului magnetic  $R_{m_{Fe_n}}$  este de același ordin de mărime cu rezistența magnetică a porțiunii neecranate a întrefierului  $R_{m_{\delta_n}}$ . În acest caz, este necesară recalcularea coeficientului  $c$  cu expresia (7.13) și înlocuirea valorii astfel obținute în expresiile (7.11):

$$c_1 = \frac{Z_{m_{\delta_e}}}{R_{m_{\delta_n}} + R_{m_{Fe_n}}},$$

cu formula,

$$Z_{m_{\delta_e}} = \sqrt{R_{m_{\delta_e}}^2 + X_{m_{\delta_e}}^2} \quad (7.13)$$

8. Valorile medii ale forței din porțiunea ecranată a polului  $F_{med}$  respectiv din porțiunea neecranată se vor calcula cu relații similare expresiei (7.6); valoarea amplitudinii forței ( $F_m$ ) și, respectiv, valorile medie și minimă a forței electromagnetice ( $F_{med}$  și  $F_{min}$ ) în prezența spirei ecran, se determină cu relațiile:

$$F_{med_n} = \frac{\Phi_n^2}{4 \cdot \mu_0 \cdot s_n}; \quad F_{med_e} = \frac{\Phi_e^2}{4 \cdot \mu_0 \cdot s_e} \quad (7.14)$$

$$F_m = \sqrt{F_{med_n}^2 + F_{med_e}^2 + 2 \cdot F_{med_n} \cdot F_{med_e} \cdot \cos 2\Psi} \quad (7.15)$$

$$F_{med} = F_{med_n} + F_{med_e}; \quad F_{min} = F_{med} - F_m \quad (7.16)$$

Potrivit cu cele prezentate anterior, trebuie ca valoarea minimă a forței de atracție  $F_{min}$  să fie superioară valorii maxime a forței rezistente, corespunzătoare poziției atrase a armăturii mobile. Dacă această condiție nu este îndeplinită, atunci este necesară mărirea valorii fluxului magnetic  $\Phi_{at}$  pe calea reducerii numărului de spire „w” a înfășurării, după care se va refăce calculul spirei ecran;

9. Valoarea raportului dintre forța medie de atracție în poziția atrasă a armăturii

mobile  $F_{med_{at}}$  și  $F_{min}$  trebuie să fie de circa 1.5 :

$$p = \frac{F_{med_{at}}}{F_{min}} \approx 1.5 \quad (7.17)$$

10. Pierderile active de putere în spira ecran corespunzătoare valorii maxime ale tensiunii  $U_{max} = k_{u_{max}} \cdot U_n$  vor fi:

$$P_e = \gamma_e \cdot I_e^2 = \frac{E_e^2 \cdot \gamma_e}{\gamma_e^2} = \frac{k_{u_{max}}^2 \cdot \omega^2 \cdot \Phi_e^2}{k_{u_{min}}^2 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \gamma_e} = \frac{k_{u_{max}}^2 \cdot \omega^2 \cdot \Phi_e^2}{k_{u_{min}}^2 \cdot 2 \cdot \gamma_e} \quad (7.18)$$

unde  $k_{u_{min}}$  a fost introdus pentru că în relația (7.5) fluxul  $\Phi$ , s-a calculat folosind valoarea minimă  $U_{min} = k_{u_{min}} U_n$ . Deoarece  $P_e$  se determină corespunzător valorii  $U_{max}$ , apare necesitatea multiplicării cu coeficientul  $k_{u_{max}}$ .

Din expresia (7.5) rezultă că pentru poziția atrasă a armăturii mobile  $\sigma_{med_{at}} \approx 1$  și atunci când tensiunea  $U_{min}$  este aplicată bobinei electromagnetului, în spira ecran ( $w = 1$ ) se induce tensiunea electromotoare  $E = \frac{\omega \cdot \Phi_e}{\sqrt{2} \cdot k_{u_{min}}}$  care trebuie să

producă valoarea necesară a fluxului  $\Phi_e$ ; când la bobină se aplică  $U_{max} = k_{u_{max}} \cdot U_n$  în spiră se induce t.e.m.:

$$E_{e_{max}} = k_{u_{max}} \cdot E_e = \frac{\omega \cdot \Phi_e \cdot k_{u_{max}}}{\sqrt{2} \cdot k_{u_{min}}} \quad (7.19)$$

valoare care înlocuită în (7.18), conduce la forma finală a relației (7.18);

11. Stabilirea dimensiunilor geometrice ale spirei ecran se efectuează plecând de la valoarea necesară ce trebuie obținută pentru  $r_e$ , ținându-se seama și de creșterea însemnată a valorii  $r_e$  datorită faptului că spira ecran se încălzește pînă la (200...250°C). La stabilirea dimensiunilor spirei ecran, trebuie luat în considerare și schimbul de căldură efectuat de către aceasta. Coeficienții ce caracterizează schimbul de căldură generalizat dintre porțiunile spirei ecran aflate în aer ( $\alpha_{\Sigma_{aer}}$ ) și respectiv pentru cele aflate în fier ( $\alpha_{\Sigma_{fier}}$ ), sunt dați de relațiile :

$$\alpha_{\Sigma_{aer}} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + 0.0017 \cdot \theta) \quad \left[ \frac{W}{^\circ C \cdot cm^2} \right]$$

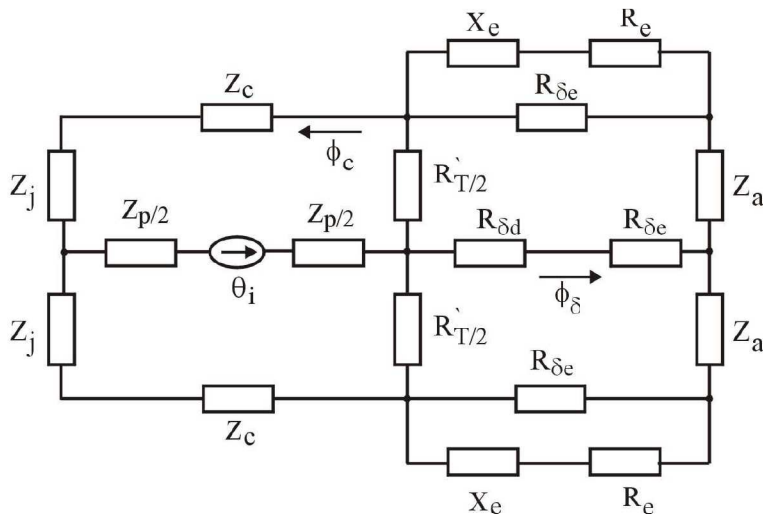
$$\alpha_{\Sigma_{fier}} = 2.9 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + 0.0068 \cdot \theta) \left[ \frac{W}{^{\circ}C \cdot cm^2} \right] \quad (7.20)$$

### 7.3. Calculul solenației înfășurării

Se realizează concomitent cu întocmirea schemei echivalente a circuitului magnetic în care se va considera faptul că rezistivitatea magnetică complexă a fiecărei porțiuni a circuitului magnetic, este constantă în lungul porțiunii respective. Miezul pe care este dispusă înfășurarea se va împărți în cel mult două părți; doar când factorul de scăpări are valoare mare și la valori mari ale inducției magnetice, deci la valori mari ale rezistenței magnetice a fierului, este indicată împărțirea miezului magnetic pe care este situată bobina, în mai multe porțiuni. În situațiile când rezistența magnetică a fierului nu reprezintă mai mult de (5...10)% din rezistența magnetică a întrefierurilor, atunci impedanța magnetică a părților feromagnetice poate fi neglijată.

Modul de calcul al solenației înfășurării are ca punct de plecare valoarea factorului de scăpări; această metodă se poate aplica pentru cazul circuitului magnetic prezentat în Fig. 7.2, care se împarte în două circuite legate în paralel, fiecare dintre acestea fiind parcurs doar de jumătate din valoarea fluxului magnetic ce străbate coloana centrală. Calculul solenației  $\theta_{iat}$  se realizează

pentru poziția atrasă a armăturii mobile deoarece fluxul magnetic  $\Phi_{men_n}$  a fost determinat corespunzător valorii forței electromagnetice necesare acționării electromagnetului atunci când înfășurarea acestuia este alimentată cu tensiunea  $U_{min} = k U_{min} U_n$ , rezultă faptul că și solenația  $\theta_{iat}$  va fi calculată cu valoarea  $U_{min}$ . Valoarea acestei solenații rezultă din teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul superior al circuitului magnetic din Fig. 7.2.



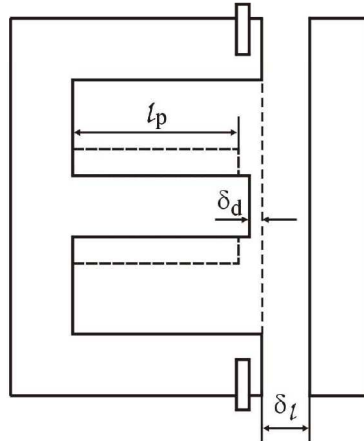


Fig. 7.2. Circuitul magnetic echivalent la un electromagnet de curent alternativ

#### 7.4. Calculul parametrilor electrici ai înfășurării pe baza parametrilor magnetici ai acesteia

Pentru a stabili relația existentă între parametrii electrici și cei magnetici ai bobinei în poziția atrasă a armăturii mobile, se vor utiliza relațiile de dependență existente între valoarea medie a fluxului magnetic în poziția atrasă  $\Phi_{med_{ar}}$ , solenația  $\theta_{iat}$  și impedența magnetică echivalentă  $Z_{m_{ech}}$  a circuitului magnetic. Rezultă următorii parametri de calcul:

- Rezistența activă totală și reactanța totală a înfășurării așezate pe miezul feromagnetic și alimentate în curent alternativ:

$$R = r + R = r + \frac{\omega \cdot W^2}{Z_{m_{ech}}} \cdot \sin \theta; \quad X = \frac{\omega \cdot W^2 \cdot \cos \theta}{Z_{m_{ech}}} \quad (7.21)$$

unde:

- r este rezistența ohmică a conductorului înfășurării;
- R – rezistența ohmică determinată de pierderile de energie activă din fier ca urmare a curenților turbionari, cât și datorită magnetizării; (deci rezistența ohmică suplimentară datorată curentului alternativ);
- Curentul de înfășurare se calculează cu relația :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (7.22)$$

(cu R și X definiți de expresia (7.21)).

Valorile obținute pentru curentul din înfășurare cu relația anterioară, diferă în funcție de mărimea tensiunii sursei ( $U_{min}$  ;  $U_{max}$  ;  $U_n$ ), respectiv în funcție de

valoarea impedenței  $Z$ , care la rândul său depinde de mărimea  $Z_{mech}$  care este determinată, în cea mai mare parte, de mărimea întrefierurilor principale (de lucru);

- Puterile aparentă și activă absorbite către înfășurare :

$$S = U \cdot I [VA], P = R \cdot I^2 = I^2 \cdot \left( r + \frac{\omega \cdot W^2 \cdot \sin \theta}{Z_{mech}} \right) \quad [W] \quad (7.23)$$

Pentru calculul termic al electromagnetului, puterea se va calcula corespunzător valorii maxime a tensiunii  $U_{max} = k_{Umax} U_n$ , respectiv corespunzător valorii maxime a curentului; valoarea impedenței se va calcula corespunzătoare poziției atrase a armăturii mobile.

Puterea activă absorbită de către înfășurare, se poate calcula cu relația:

$$P = r \cdot I^2 + P_H + P_F + P_e \quad [W] \quad (7.24)$$

unde  $P_H$  și  $P_F$  sunt respectiv pierderile prin histerezis și curenți turbionari în circuitul magnetic iar  $P_e$  este definită de către expresia (7.18).

La valoarea nominală a tensiunii  $U_n$ , circuitul magnetic se află în vecinătatea saturației magnetice; astfel, odată cu creșterea tensiunii pînă la  $1.1U_n$ , puterea activă absorbită  $P$  crește cu circa (20...30)% din valoarea sa corespunzătoare tensiunii  $U_n$ , iar la  $0.8U_n$ ,  $P$  scade la circa 0.5 din valoarea sa corespunzătoare lui  $U_n$ ;

- Defazajul dintre vectorii tensiune și curent este :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} \quad \text{sau} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (7.25)$$

unde:  $X$ ;  $R$ ;  $P$  și  $S$  sunt definiți de (7.21) și respectiv de relația (7.23).

### 7.5. Calculul și construcția caracteristicilor forței electromagnetice active

*Forța de atracție corespunzătoare poziției atrase a armăturii mobile*

Valoarea medie a forței  $F_{med}$  corespunzătoare tensiunii  $U_{min}$  se calculează cu relația (7.16). Dacă electromagnetul are două sau mai multe întrefieruri de lucru, atunci forța rezultantă este suma forțelor dezvoltate în fiecare dintre întrefierurile respective.

La tensiunea nominală  $U_n$  valoarea medie a forței din fiecare întrefier prevăzut cu spiră ecran este :

$$F_{med} = F_{med_n} + F_{med_e} \quad (7.26)$$

Această mărime se calculează tot cu formulele (7.14), considerând faptul că mărimea  $\Phi_{med_{at}}$  se va determina în acest caz cu relația (7.5), dar înlocuind în aceasta valoarea nominală a tensiunii.

*Forța de atracție corespunzătoare poziției incomplet atrase, sau poziției neatrase a armăturii mobile*

Valoarea medie a forței corespunzătoare întrefierului critic  $F_{med_{cr}}$  sau altor valori ale întrefierului ( $F_{med_{\delta}}$ ), se determină cu relația (7.2), unde fluxul magnetic din întrefierurile principale  $\Phi_{\delta_n}$  se calculează cu expresia:

$$\Phi_{\delta} = \frac{\Phi_{med_n}}{\sigma_{med_n}} = \frac{\sqrt{2} \cdot (U_{min} - r \cdot i \cdot \sin \theta)}{\omega \cdot W \cdot \sigma_{med_n}} \quad (7.27)$$

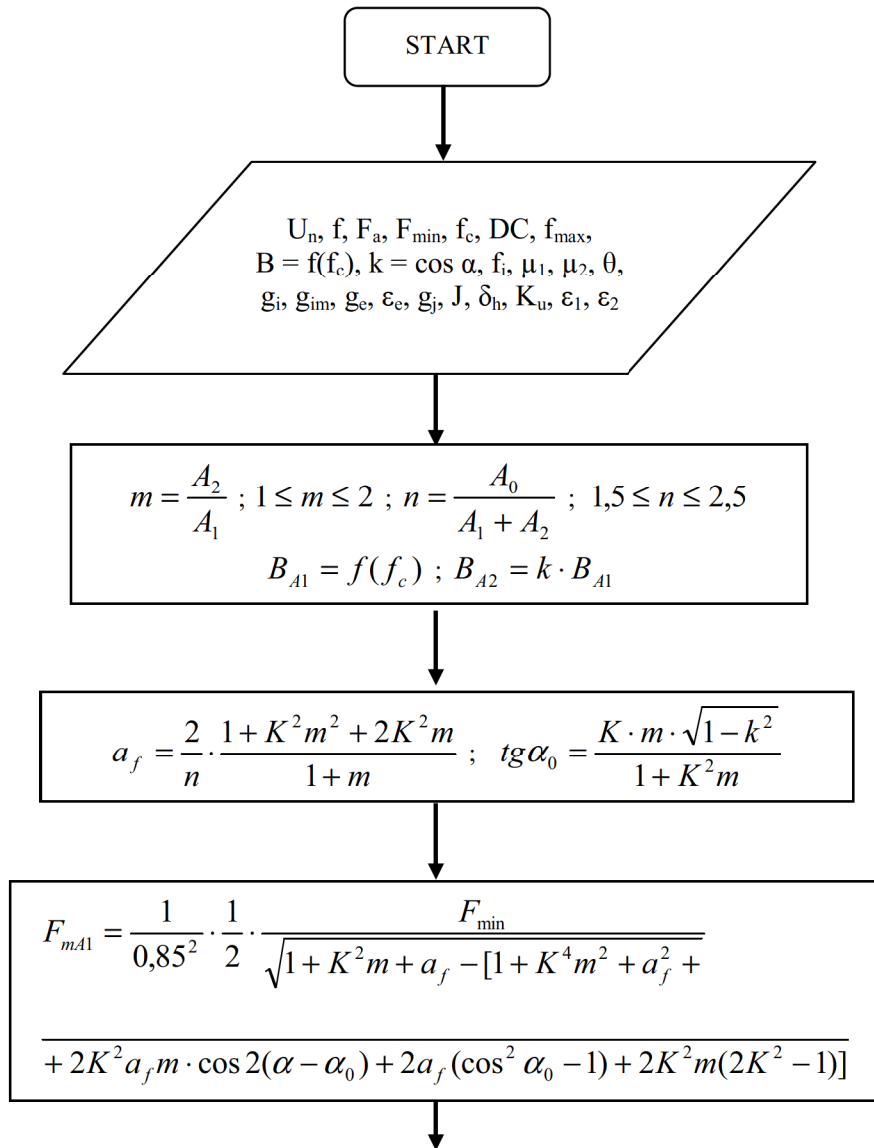
unde  $r$  are semnificația din formula (7.21) ;  $I$  este definit de către (7.22), însă în această relație se va înlocui  $X = \omega \cdot L$ , cu  $L$  - inductivitatea înfășurării, fără a se lua în considerare impedanța magnetică a porțiunilor de fier.

Dacă s-au efectuat corect calculele, atunci valoarea forței  $F_{med_a}$  obținută pentru tensiunea  $U_{min}$  și întrefierul critic, trebuie să fie apropiată de valoarea forței care s-a adoptat în partea inițială a calculului.

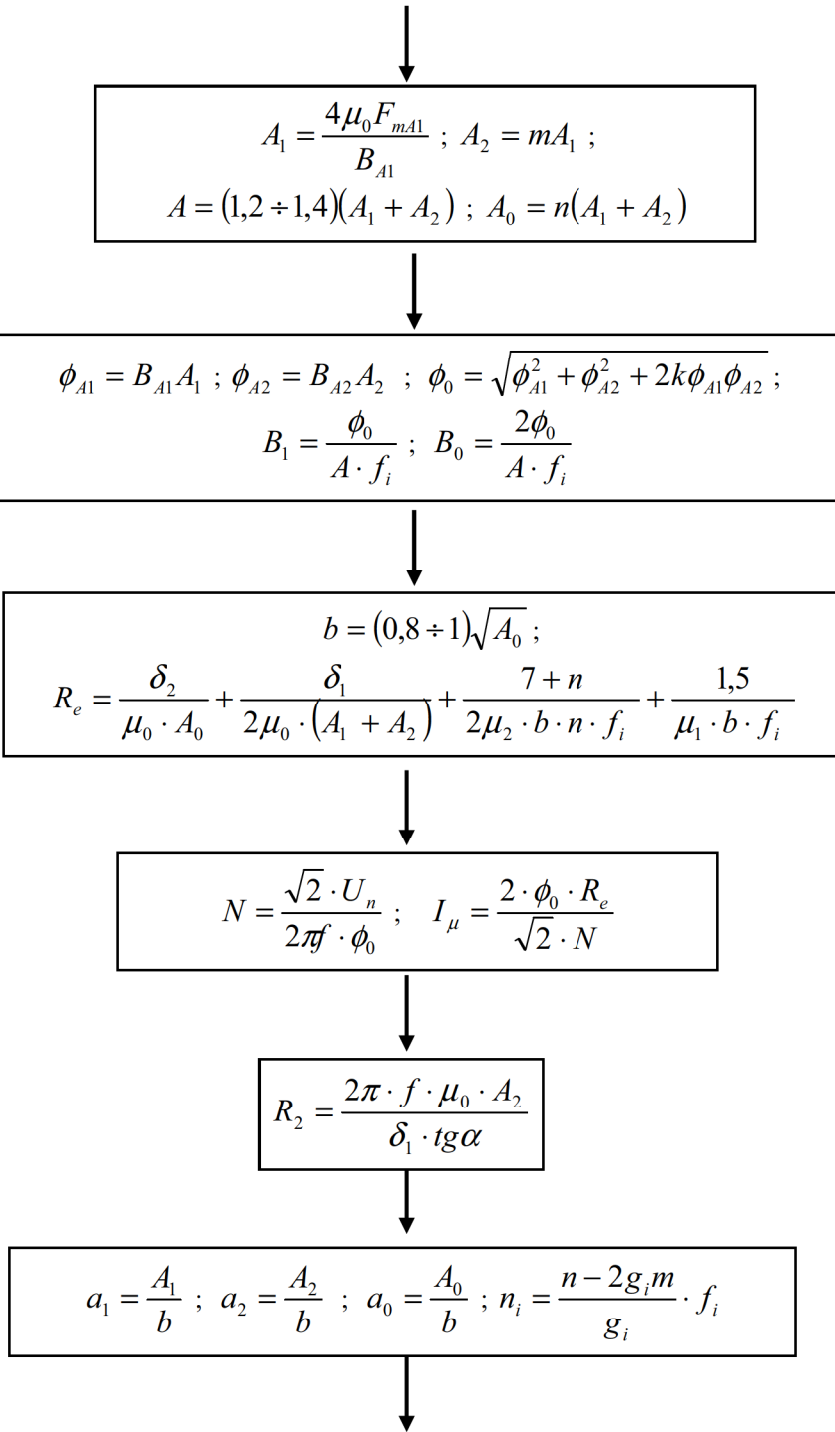
### 7.6. Metodologia de calcul a electromagnetului de curent alternativ

Organigrama simplificată privind calculul unui electromagnet de curent alternativ, Fig. 7.3, consideră următoarele date inițiale:

- tensiunea nominală,  $U_n$ ;
- frecvența tensiunii de alimentare,  $f$ ;
- forța de acționare la întrefier maxim,  $F_a$ ;
- forța minimă în poziția atras,  $F_{min}$ ;
- frecvența de conectare,  $f_c$ ;
- durata relativă de conectare, DC;
- cursa armăturii mobile,  $\delta_{max}$ ;
- densitatea de curent prin înfășurare,  $J$ ;
- defazajul,  $\alpha$ ;
- temperatura spirei ecran,  $\theta$ ;
- date geometrice, date de material.







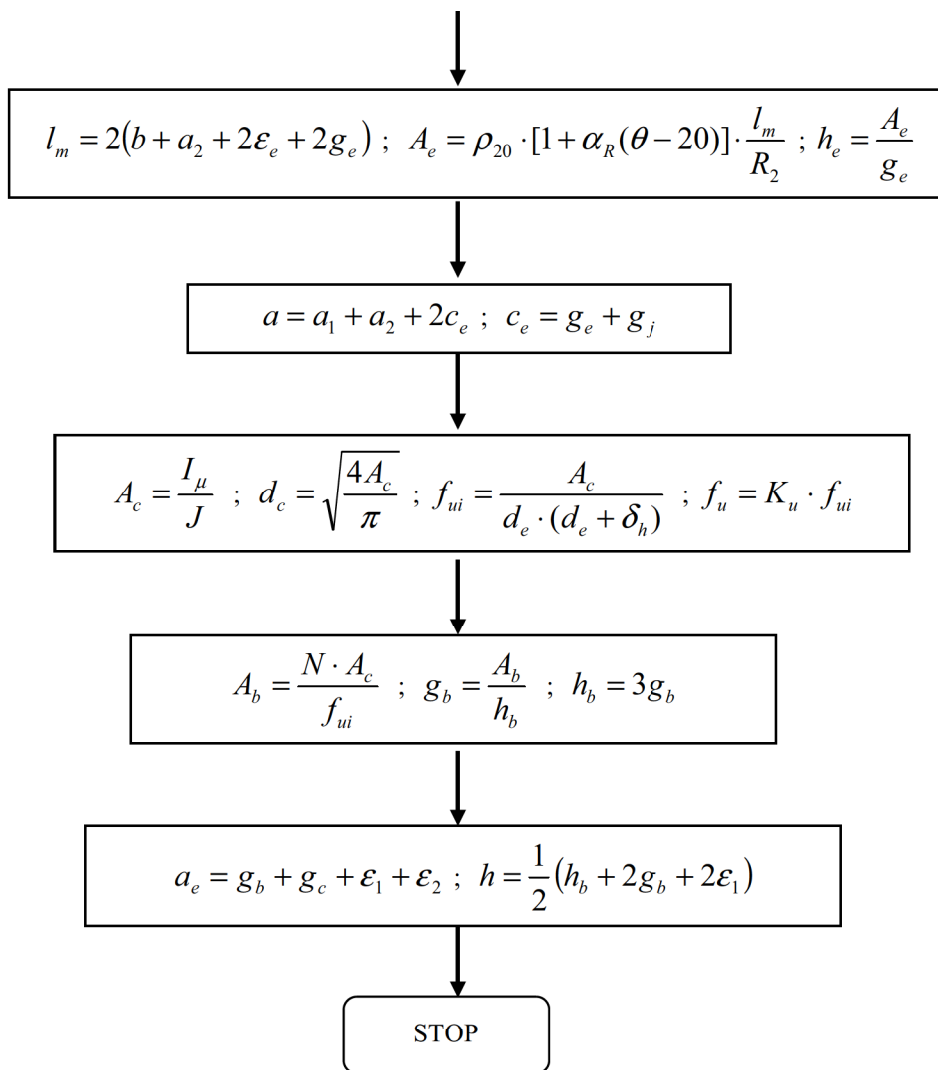


Fig. 7.3. Organigrama simplificată privind calculul unui electromagnet de curent alternativ

## Capitolul 8

# INTRODUCERE ÎN MATLAB

### 8.1. Considerații generale

**MATLAB**<sup>®</sup> (**MAT**rix **LAB**oratory) reprezintă un limbaj de înaltă performanță utilizat pentru proiectarea asistată de calculator, fiind dedicat calculului numeric și reprezentărilor grafice în domenii ale științei și ingineriei. Matlab integrează într-un limbaj matematic accesibil, dar avansat, analiza numerică, calculul matriceal, procesarea semnalelor și reprezentări grafice complexe, elementul de bază cu care se operează fiind matricea.

Numele MATLAB provine de la *Matrix laboratory*, firma producătoare fiind The MathWorks, Inc., USA.

Matlab este folosit atât în mediul universitar, unde este un pachet standard pentru cursuri de matematică, inginerie și științe, cât și în industrie, unde este utilizat pentru cercetare avansată, dezvoltare și producție din faza de proiectare a prototipurilor până în faza de realizare a echipamentelor și produselor speciale sau de larg consum. Dintre domeniile de utilizare se pot menționa:

- Matematică fundamentală și calcul numeric;
- Modelarea, simularea și testarea prototipurilor;
- Analiza, prelucrarea și vizualizarea datelor;
- Grafică inginerescă și științe aplicate;
- Dezvoltarea de aplicații, inclusiv interfețe grafice cu utilizatorul (GUI).

MATLAB permite dezvoltarea unei familii de aplicații sub forma *toolbox*-urilor. Aceste *toolbox-uri* permit învățarea și aplicarea tehnologiilor specializate din diverse domenii, cum ar fi: procesarea numerică a semnalelor, sisteme de conducere automată, rețele neurale, logică fuzzy, simulare, aplicații DSP etc. Aceste module reprezintă o serie de funcții MATLAB (M-files), care extind puterea de calcul a MATLAB în vederea rezolvării unor probleme particulare. Dintre module se pot enumera: Simulink (simulare), DSP, Signal Processing (analiza seriilor temporale), Data Acquisition, Fuzzy Logic, Image Processing (funcții avansate de procesare a imaginilor), Partial Differential Equations, Neural Network (proiectarea și simularea rețelelor neuronale), Optimization (optimizarea liniară și neliniară), Financial, Statistics, Database, Virtual Reality etc, programul fiind, desigur, într-o permanentă evoluție și îmbunătățire.

Se poate nota faptul că Matlab include facilitățile unui limbaj complet de programare, admitând interfețe cu limbajele de programare C, C++ și FORTRAN dar și comunicarea cu diverse aplicații, cum ar fi Excel.

Structura sistemului MATLAB include următoarele părți principale:

**Mediul de dezvoltare** este alcătuit dintr-un set de comenzi care permite folosirea funcțiilor și fișierelor MATLAB, multe dintre acestea fiind interfețe grafice. Acestea includ: fereastra principală MATLAB (**MATLAB Desktop**), fereastra de comenzi (**Command Window**), fereastra de memorare a comenzilor folosite (**Command History**) și browsere de **Help**, **Workspace**, **Files**.

**Biblioteca de funcții matematice MATLAB** care include o serie de algoritmi de calcul, pornind de la funcții elementare precum funcții trigonometrice, calcule cu polinoame, operatori relaționali și logici și aritmetică complexă, până la funcții mai sofisticate precum inversare de matrici, calcul de valori proprii, funcții Bessel, integrarea numerică sau transformata Fourier.

**Limbajul MATLAB** este un limbaj matrice/vector de înalt nivel ce include instrucțiuni de control al bucelor, funcții, structuri de date, comenzi de intrare/ieșire și instrucțiuni de programare orientată pe obiecte. Limbajul MATLAB permite atât "programarea superficială" pentru crearea rapidă a unor mici programe de calcul specifice, cât și "programarea în detaliu" în vederea dezvoltării unor programe complexe de nivel superior.

**Handle Graphics®** este sistemul de grafică MATLAB și include atât comenzi pentru vizualizarea 2D și 3D a datelor, procesare de imagini, animație și grafică, cât și comenzi ce permit personalizarea completă a reprezentărilor grafice și construirea interfețelor grafice (Graphical User Interface - GUI) pentru aplicațiile MATLAB.

**MATLAB Application Program Interface (API)** estereprezintă o bibliotecă ce permite scrierea programelor C și Fortran ce interacționează cu MATLAB.

Lansarea aplicației Matlab se face astfel:

- cu dublu-clic pe pictograma aplicației de pe desktop sau,
- cu un clic pe butonul **Start** și apoi pe opțiunea **All Programs** de unde se selectează cu un clic aplicația Matlab.

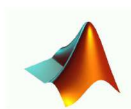
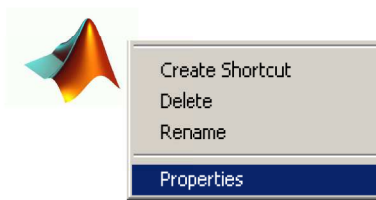


Fig. 8.1. Deschiderea aplicației Matlab

La lansarea programului se pot stabili diverse opțiuni de lansare, cum ar fi:

- Clic-dreapta pe pictograma **MATLAB** de pe Desktop și apoi Clic pe **Properties** în meniul contextual.



- Tastați în câmpul **Target**, după calea către **"matlab.exe"**, una sau mai multe opțiuni de lansare, cum ar fi opțiunea **/minimize**. În tabelul 8.1 sunt date diverse opțiuni de lansare.

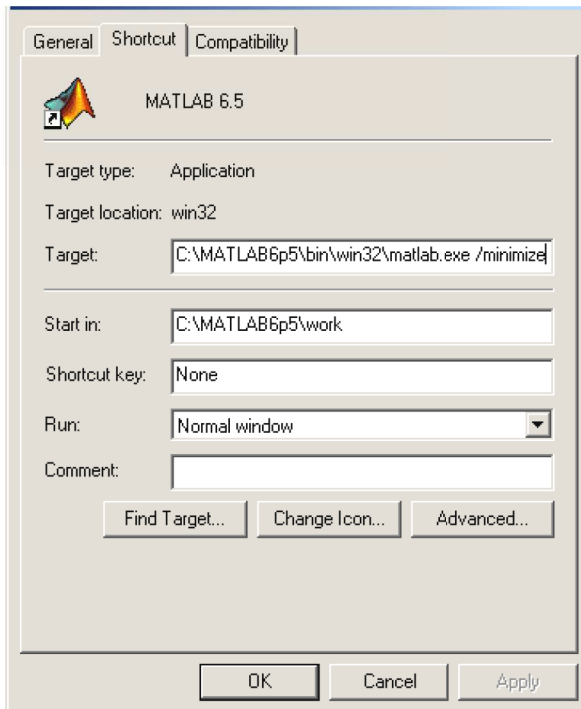


Fig. 8.2. Fereastra de opțiuni de lansare a aplicației Matlab

Tabelul 8.1 Opțiuni de lansare a aplicației Matlab

Opțiune	Acțiune
/minimize	Lansează MATLAB în format minimizat
/nosplash	Lansează MATLAB fără afișare splash.
/r M_file	Lansează MATLAB împreună cu deschiderea automată a fișierului cu numele M_file.

Directorul de lucru Matlab se poate selecta înainte de a lansa programul, cu următoarele comenzi:

- Clic-dreapta pe pictograma **MATLAB** de pe **Desktop**;
- Clic pe **Properties** în meniul contextual;
- Tastați calea de acces către directorul de lucru în câmpul **Start in**, de exemplu **D:\MATLAB**:

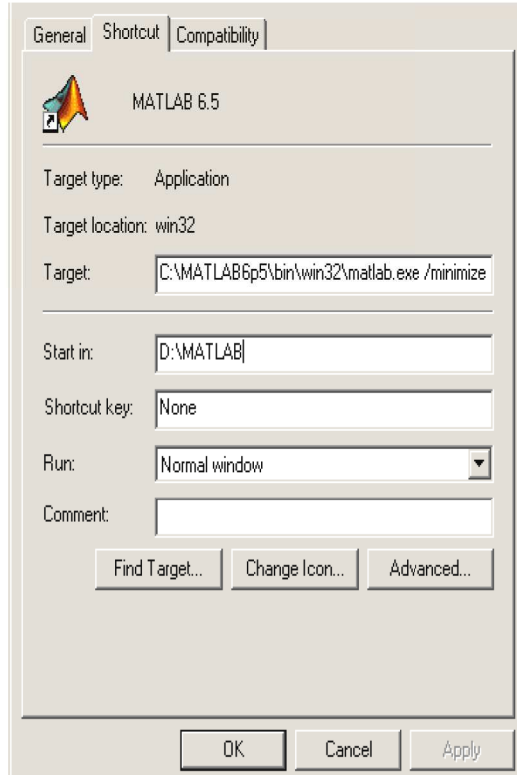

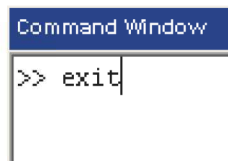


Fig. 8.3. Selectarea directorului de lucru Matlab

De notat că directorul de lucru poate fi selectat și după lansarea aplicației.

Pentru închiderea aplicației MATLAB:

- Dați clic pe meniul **File** și apoi clic pe **Exit MATLAB**, sau
- Dați clic pe butonul de închidere al ferestrei MATLAB Desktop 
- Tastați **exit** sau **quit** în **Command Window** și apăsați pe tasta **Enter**.



## 8.2. Fereastra principală MATLAB (*MATLAB Desktop*)

După lansarea programului MATLAB apare fereastra principală, Fig. 8.4, care conține comenzile de control a directoroarelor, fișierelor, variabilelor și a aplicațiilor asociate MATLAB-ului.

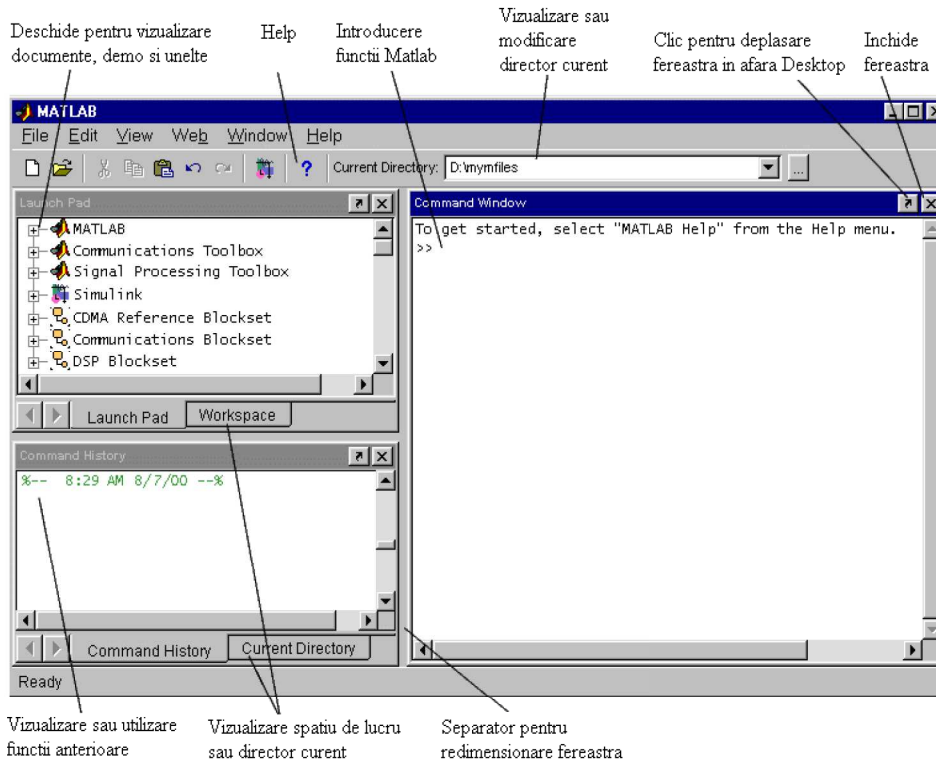


Fig. 8.4. Fereastra principală MATLAB

Fereastra aplicației MATLAB (*MATLAB Desktop*) supervizează următoarele ferestre:

- Fereastra de comenzi (*Command Window*), care permite lansarea comenzilor în MATLAB;
- Fereastra *Command History*, care permite memorarea, vizualizarea și relansarea funcțiilor folosite anterior în fereastra *Command Window*;
- Fereastra *Launch Pad*, care permite lansarea comenzilor și accesarea documentației specifice MATLAB;
- Fereastra *Current Directory Browser*, care permite controlul fișierelor MATLAB și a celor asociate;
- Fereastra *Help Browser*, care permite vizualizarea și căutarea documentației MATLAB.



- Fereastra *Workspace Browser* permite vizualizarea și schimbarea conținutului spațiului de lucru;
- Fereastra *Array Editor* permite editarea și vizualizarea conținutului variabilelor într-un format tabelar;
- Fereastra *Editor/Debugger* permite crearea, editarea și verificarea fișierelor M-files care conțin funcții MATLAB.

*MATLAB Desktop Toolbar*, Fig. 8.5, permite accesul la comenzile clasice ale MATLAB.

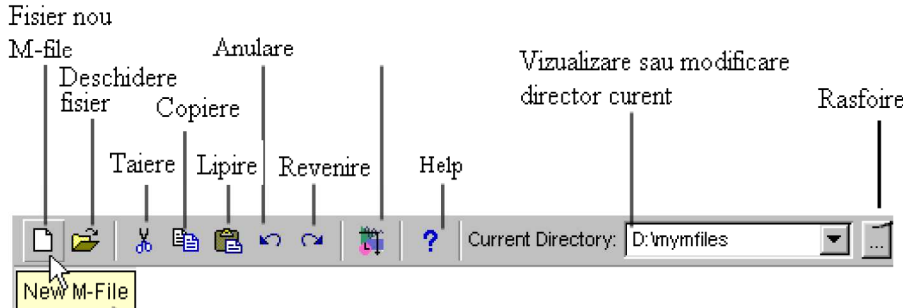


Fig. 8.5. *MATLAB Desktop Toolbar*

Meniurile aplicației MATLAB au, în mare parte, opțiuni cunoscute, dar și comenzi specifice aplicației. De exemplu, selectând comanda **File** se obține meniul cu următoarea listă de comenzi:

**New** – deschide un sub-submeniu cu opțiunile: **M-File** (deschide o fereastră de editare a unui fișier), **Figure** (deschide o fereastră grafică nouă), **Model** (deschide fereastra corespunzătoare modelării în Simulink);

**Open** – deschide un fișier existent, care va deveni un fișier de lucru;

**Run Script** – rulează comenzile componente ale unui scenariu;

**Load Workspace** – încarcă fișierul specificat, în care au fost salvate anterior datele din spațiul de lucru;

**Save Workspace As** – salvează datele din spațiul de lucru într-un fișier;

**Show Workspace** – afișează conținutul spațiului de lucru;

**Show Graphics Property Editor** – editor de proprietăți grafice;

**Show GUI Layout Tool** – permite modificarea interfeței;

**Set Path** – se stabilesc căile către directoarele în care se găsesc fișiere sau aplicații MATLAB;

**Preferences** – stabilește proprietățile ferestrei de comenzi;

**Print Setup** – configurează caracteristicile imprimantei și paginii;

**Print** – tipărește documentul;

**Exit MATLAB** – închiderea aplicației.

În meniul File sunt afișate și ultimele patru fișiere deschise.

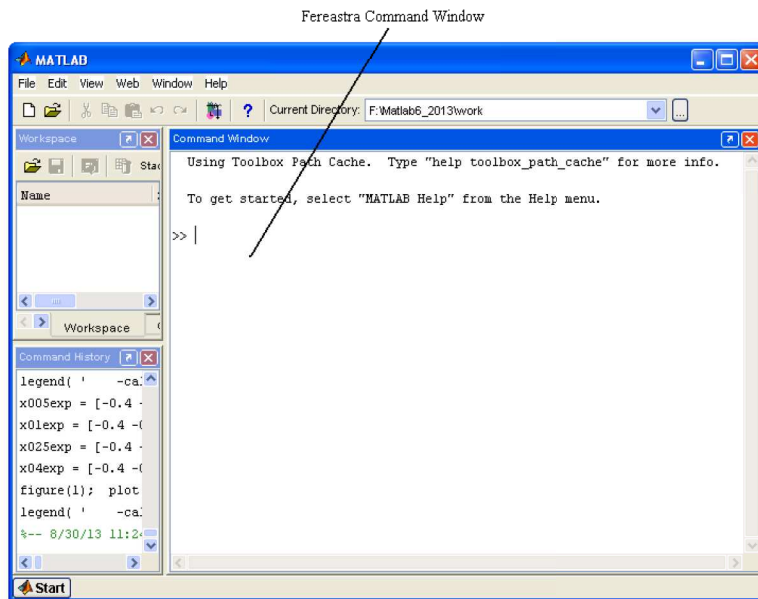
Meniul **Edit** conține o serie de comenzi generale pentru aplicațiile de tip Windows:

- **Undo**, anulează ultima comandă;
- **Redo**, revenire;
- **Cut**, tăiere-mută textul selectat în Clipboard;
- **Copy**, copiere-copiază textul selectat în Clipboard;
- **Paste**, atașare-copiază textul din Clipboard;
- **Select All**, selectează tot textul ferestrei active;
- **Find**, caută în text a unui șir de caractere;
- **Clear Command Window**, șterge conținutul ferestrei de comenzi;
- **Clear Command History**, șterge conținutul ferestrei care conține comenzile introduse.

Meniul **Window** are opțiuni de afișare sau de ascundere a ferestrelor:

- **Command Window**, afișază/ascunde fereastra de comenzi;
- **Command History**, afișază/ascunde fereastra cu comenzile anterioare;
- **Current Directory**, afișază/ascunde directorul de lucru;
- **Workspace**, afișază/ascunde spațiul de lucru.

Fereastra **Command Window**, Fig. 8.6, este fereastra principală de comunicare a utilizatorului cu programul MATLAB și permite lansarea de funcții și efectuarea de operații în MATLAB. Pentru deschiderea ferestrei se selectează **Command Window** din meniul **View**.



**Fig. 8.6.** Fereastra *Command Window*

Proprietățile specifice ferestrei *Command Window* permit modificarea formatului de afișare a valorilor numerice, setarea fontului, a stilului, alegerea culorilor folosite pentru sublinierea instrucțiunilor etc. Pentru afișarea ferestrei de dialog, Fig. 8.7, cu proprietățile ferestrei *Command Window*, selectați *Preferences* din meniul *File* al *MATLAB Desktop*.

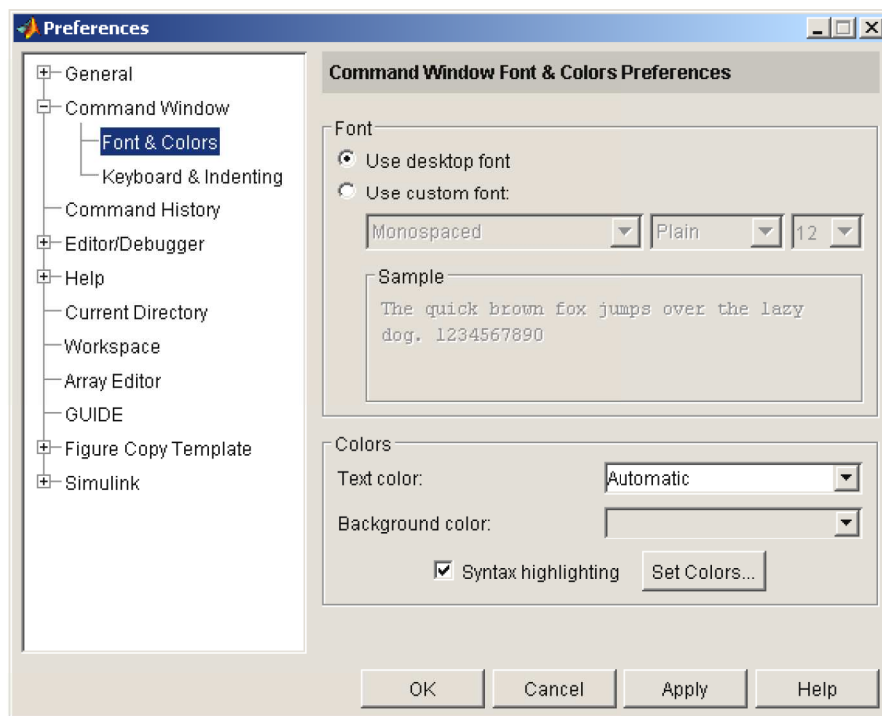


Fig. 8.7. Proprietățile ferestrei *Command Window*

**Fereastra Editor/Debugger**, Fig. 8.8, prezintă o interfață grafică cu utilizatorul ce permite editarea de text și verificarea (debugging) oricărui tip de fișier M-file. Pentru a crea un nou fișier M-file în *Editor/Debugger*, ori se dă clic pe butonul *New file* din *toolbar-ul* MATLAB, ori selectați *File + New + M-file* din meniul *MATLAB Desktop*. Se poate de asemenea, realiza un fișier M-file folosind meniul contextual în *Current Directory browser*. *Editor/Debugger* se deschide dacă nu este deja deschis, cu un fișier gol în care se pot scrie instrucțiunile fișierului M-file.

Dacă *Editor/Debugger* este deschis, se pot crea mai multe fișiere noi folosind butonul *New File* din *toolbar*, sau se selectează *File + New + M-file*.

Pentru a deschide un fișier M-file existent în *Editor/Debugger*, se dă clic pe butonul *Open* din *toolbar-ul* MATLAB sau *Editor/Debugger*, sau se selectează *File + Open* și apoi din *Open dialog box*, se selectează fișierul M-file și se dă clic pe *Open*.

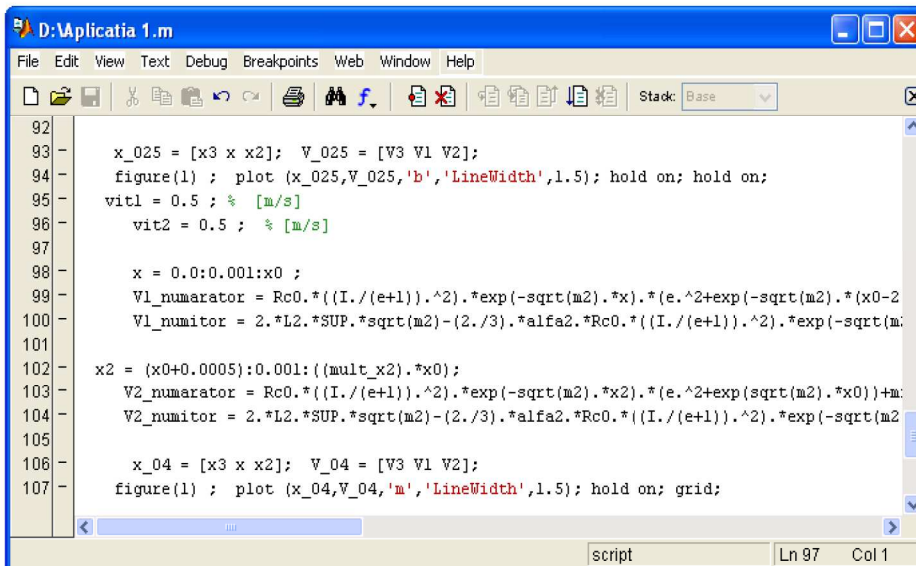


Fig. 8.8. Fereastra Editor/Debugger

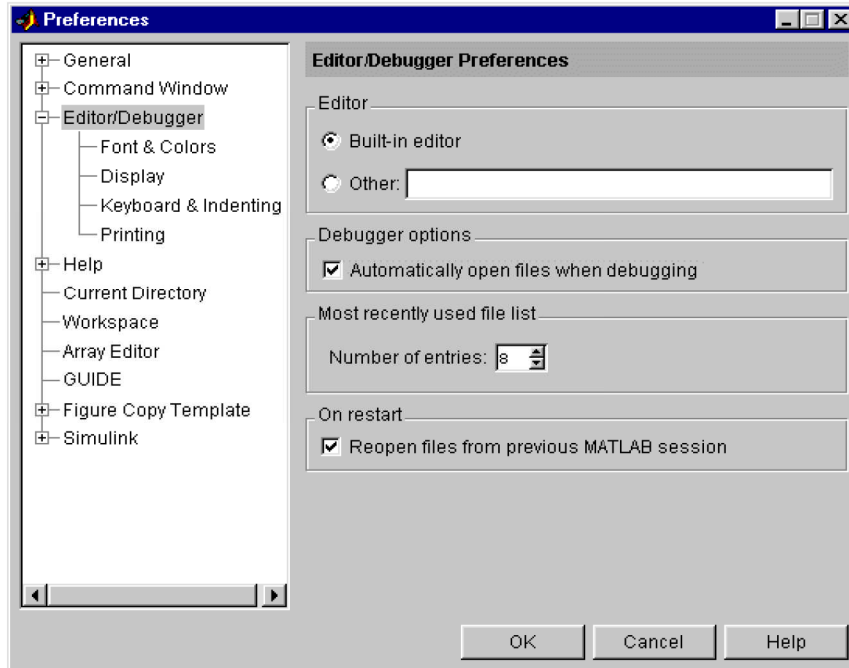
Fișierele recent folosite, implicit ultimele patru, sunt afișate la baza meniului File, de unde pot fi deschise rapid. Caracteristicile ferestrei *Editor/Debugger*, Fig. 8.9, se pot modifica selectând *Preferences* din meniul *File* al ferestrei *MATLAB Desktop*. Fereastra de dialog permite selectarea opțiunii *Editor/Debugger* în urma căreia se deschide fereastra *Editor/Debugger Preferences* care permite modificarea proprietăților. Se pot modifica caracteristicile pentru font și culorile folosite în fereastra *Editor/Debugger*, se poate selecta modul de afișare, salvare etc.

Există șase configurații predefinite de *MATLAB Desktop*, care se pot selecta din meniul *View + Desktop Layout*:

1. *Default* – afișează ferestrele *Command Window*, *Command History* și *Current Directory browser* grupate, și *Launch Pad* și *Workspace browser* grupate împreună;
2. *Command Window Only* - afișează doar fereastra *Command Window*. Această opțiune face ca *MATLAB Desktop* sa apară similar cu versiunile de MATLAB anterioare;
3. *Simple* - afișează ferestrele *Command History* și *Command Window*, una lângă alta;
4. *Short History* - afișează ferestrele *Current Directory browser* și *Workspace browser* grupate împreună deasupra ferestrei *Command Window* și deasupra ferestrei *Command History* de dimensiune redusă;

5. **Tall History** - afișează ferestrele **Command History** în stânga și **Current Directory browser** și **Workspace browser** grupate deasupra ferestrei **Command Window**;
6. **Five Panel** - afișează fereastra **Launch Pad** deasupra ferestrei **Command History** în stânga, **Workspace browser** deasupra **Current Directory browser** în centru, și **Command Window** în dreapta.

După selectarea configurației dorite, se pot muta, redimensiona și deschide/închide ferestrele.



**Fig. 8.9.** Proprietățile ferestrei **Editor/Debugger**

**Accesul Web.** Se poate accesa din **MATLAB Desktop** paginile Web clasice ale MathWorks, selectând una dintre următoarele opțiuni: The MathWorks Web Site, MATLAB Central, MATLAB File Exchange, MATLAB Newsgroup Exchange, Check for Updates, Products, Membership, Technical Support Knowledge Base.

### 8.3. Fereastra de reprezentari grafice în Matlab (figure)

MATLAB-ul direcționează ieșirile grafice spre o fereastră separată de fereastra de comandă, fereastră grafică denumită *figure*. Fereastra grafică este o formă elevată de reprezentare a graficelor; putând fi mai multe ferestre grafice deschise în același timp, dar o singură fereastră de comenzi. În fereastra grafică pot fi reprezentate funcții 2D sau 3D, imagini color, animație etc. Selectarea

comenzii **File-New-Figure** determină trecerea într-o fereastră grafică. Funcțiile grafice creează în mod automat o nouă fereastră grafică dacă nu există una curentă.

Generarea unei ferestre grafice se face, de exemplu, cu funcția *figure*.

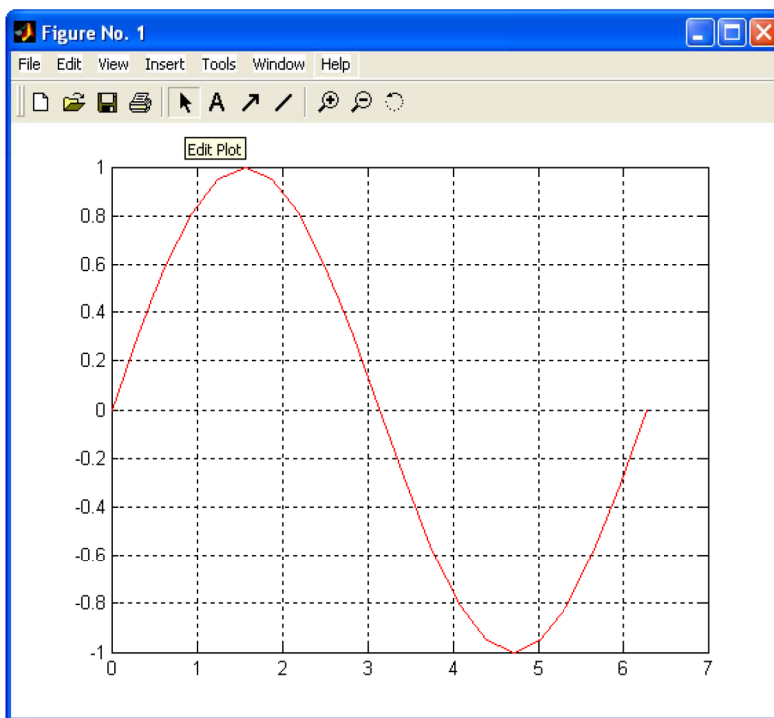
O funcție grafică, cum ar fi funcția *plot*, generează un grafic în fereastra de tip figură. De exemplu,

```
x = 0:pi/10:2*pi;
y = sin(x);
plot(x,y)
```

trasează graficul funcției *sinus* de la 0 la  $2\pi$  în fereastra curentă de tip figură, dacă aceasta există, iar dacă nu, în una nou creată.

Pentru salvarea unei figuri se selectează **Save** din meniul **File**. Pentru salvarea într-un format diferit se folosește **Export** din meniul **File**.

După generarea unui grafic (*plot*), se pot face schimbări și prelucrări ale graficului cu interfața grafică **Plot Editor**. Figura 8.10 prezintă principalele caracteristici ale ferestrei grafice și ale interfeței **Plot Editor**.



**Fig. 8.10.** Prelucrarea graficelor cu *Plot Editor*



#### 8.4. Pachetul SIMULINK

SIMULINK<sup>®</sup> este un pachet software atașat aplicației MATLAB fiind un sistem interactiv pentru simularea dinamicii sistemelor neliniare și liniare. Acesta este conceput sub forma unei interfețe grafice care permite realizarea unui model utilizând schema bloc a sistemului și apoi simularea dinamicii sistemului.

SIMULINK poate lucra cu sisteme liniare, neliniare, continue, discrete, multivariabile etc., având *Blockset*-uri, adică biblioteci suplimentare ce conțin aplicații specializate din diverse domenii cum ar fi: comunicații, procesarea semnalelor etc.

SIMULINK poate fi activat astfel:



1. Comanda click pe pictograma Simulink din bara de instrumente a MATLAB, sau
2. din fereastra de comenzi MATLAB se scrie comanda *simulink*.

Se va deschide o fereastră, Fig. 8.11, care conține componentele aflate în biblioteca SIMULINK, fiecare componentă având un set propriu de comenzi.

Realizarea unei simulări în SIMULINK, presupune parcurgerea mai multor etape:

1. Determinarea modelului matematic;
2. Identificarea blocurilor corespunzătoare elementelor care modelează sistemul;
3. Realizarea diagramei sistemului, formată din blocuri standard din biblioteca Simulink sau a blocurilor proprii, create de utilizator;
4. Configurarea fiecărui bloc, în funcție de modelul matematic și parametrii specifici sistemului;
5. Lansarea în execuție a simulării (comanda *Start* din meniul *Simulation*);
6. Vizualizarea rezultatelor simulării.



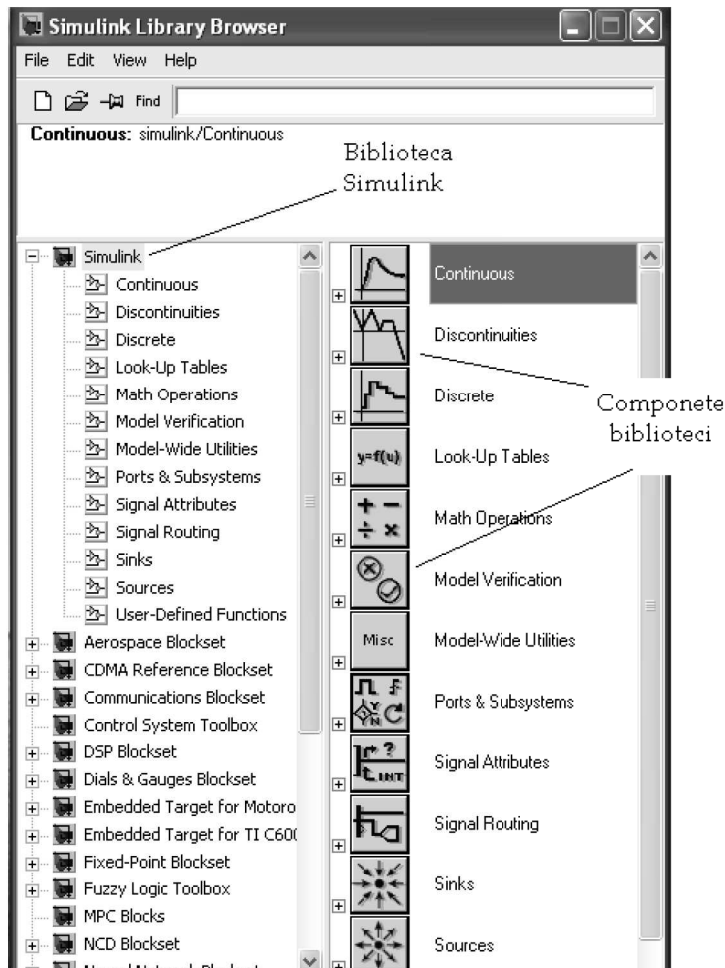


Fig. 8.11. Biblioteca mediului Simulink

Exemplu: În Fig. 8.12 se prezintă structura pentru interacțiunea pantograf-catenară specifică trenurilor de mare viteză. Modelul Simulink este prezentat în Fig. 8.13, modelul având la bază ecuația:

$$M\ddot{y} + \mu\dot{y} + ky + F_{fp} \text{sign}(\dot{y}) = F(t) + h(y)$$

unde:  $F_{fp}$  este forța de frecare din articulațiile pantografului;  $F(t)$  este forța de acționare a pantografului, considerată forță de excitație  $F(t) = F - A \sin(\omega t)$ , și care depinde de viteza trenului și de distanța dintre stâlpi;  $h(y)$  forță care influențează mișcarea verticală a pantografului ( $y_j$ ) și a liniei de contact ( $y_{LC}$ ).

Figura 8.13 prezintă structura mecanică pe baza căreia s-a realizat modelul matematic și simularea, iar în Fig. 8.14 se prezintă graphic variația forței de contact în timp obținută în urma simulării.

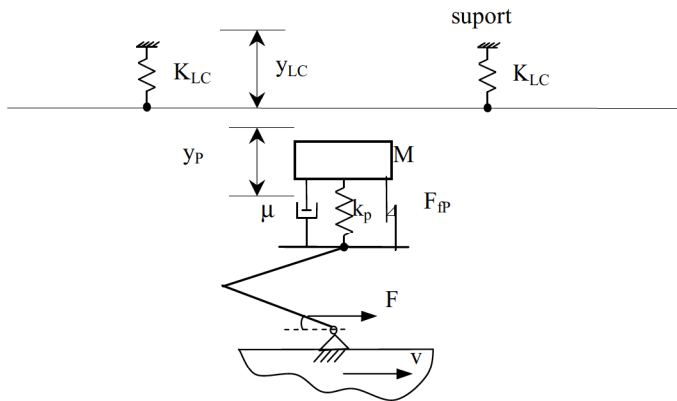


Fig. 8.12. Structura interacțiunii pantograf-catenară

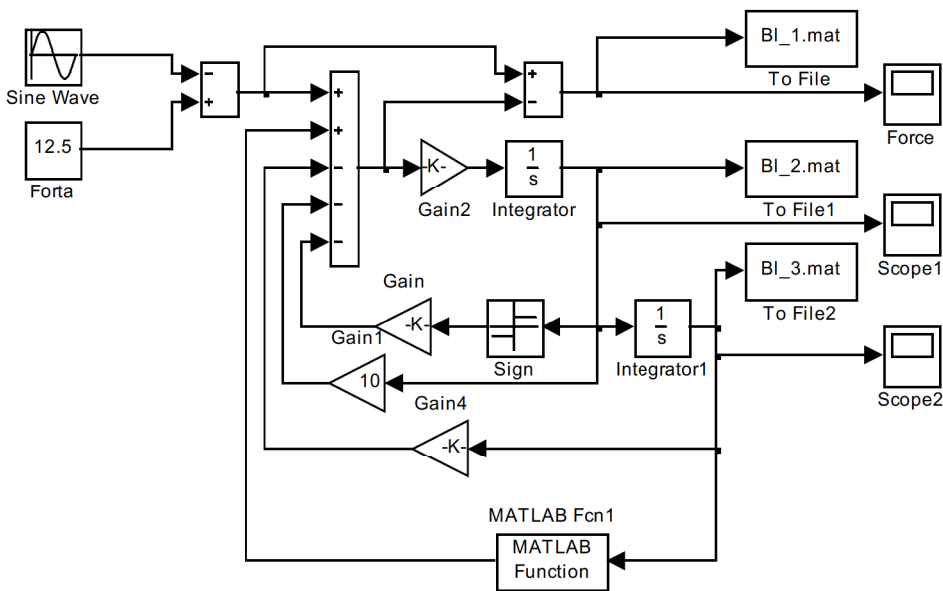
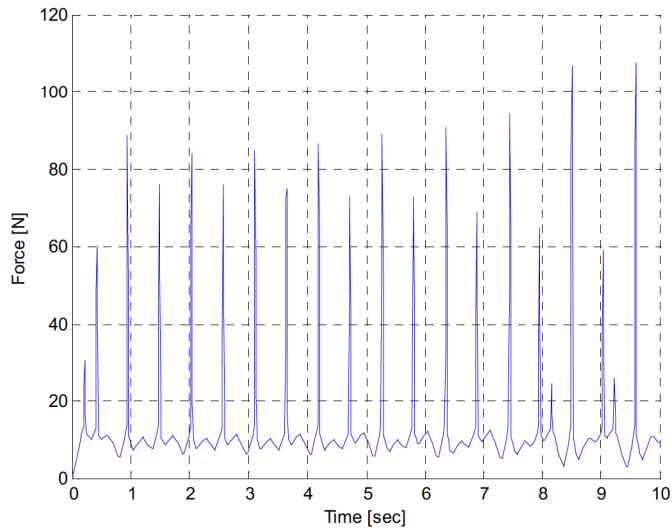


Fig. 8.13. Model Simulink



**Fig. 8.14.** *Grafic obținut prin modelare în Simulink*

În continuare, majoritatea funcțiilor menționate corespund versiunii MATLAB 6.5 sub Windows, acestea fiind baza necesară și suficientă pentru proiectarea aparatelor electrice, versiunile ulterioare ale aplicației conținând toate aceste funcții esențiale. De asemenea, multe dintre funcții se regăsesc și în aplicații anterioare versiunii MATLAB 6.5, diferențe putând fi întâlnite în general doar la anumite funcții și proprietăți grafice. De notat că elementele fundamentale de matematică se consideră a fi cunoscute de la cursurile corespunzătoare, fiind făcută o prezentare a lor doar în contextul specific programării în MATLAB.

Capitolul 9

## Operații Aritmetice de Bază În Matlab

### 9.1. Scrierea expresiilor matematice

Pachetul software MATLAB lucrează cu expresii matematice, dar spre deosebire de alte limbaje, aceste expresii implică *lucrul cu matrici*. Expresiile sunt alcătuite folosind: constante, variabile, numere, operatori și funcții.

#### Constante

Constantele utilizate în MATLAB sunt numerele reale, numerele complexe și șirurile de caractere. Numerele reale se scriu cu partea subunitară separată de cea întreagă de punct. În MATLAB sunt predefinite constantele complexe  $i$  și  $j$  cu  $i = j = \sqrt{-1}$ . Semnificația constantelor predefinite se redă în Tabelul 9.1.

**Tabelul 9.1** Constante predefinite în Matlab

Constanta Matlab	Semnificația
pi	Numărul $\pi$
eps	Precizia calculelor, $2^{-52}$
Inf	$\infty$
NaN (not-a-number)	Este rezultatul operațiilor: $0/0$ , $\infty-\infty$ , $\infty/\infty$
realmin	Cel mai mic număr real reprezentabil, $2^{-1022}$
realmax	Cel mai mare număr real reprezentabil, $2^{1023}$
i, j	Unitatea imaginară

Softul MATLAB utilizează notația zecimală, cu punct zecimal și cu semn + sau -. Se utilizează și notația științifică cu litera “e” pentru a specifica o putere a lui 10. Reprezentarea numerelor imaginare este realizată cu litera  $i$  sau  $j$  ca sufix.

Exemple de scriere a numerelor:

4      -44      0.0144      9.7474  
1.654321e-20      6.0505e2344      2i      -3.14j      3e75i

Toate numerele sunt stocate intern utilizând formatul *long* specificat de standardul IEEE în virgulă mobilă (precizie de 16 zecimale semnificative în domeniul  $10^{-308}$  la  $10^{+308}$ ).

### Variabile

Numele unei variabile este o literă, urmată de litere, cifre sau simboluri, putând fi folosite oricâte caractere dar se afișează primele 31. La lansare, MATLAB-ul este *case sensitive*, făcând distincție între literele mici și cele mari (de exemplu, variabila  $x$  este diferită de variabila  $X$ ). Funcția „casesen” permite însă trecerea în modul senzitiv/nesenzitiv, în scopul separării literelor mari de cele mici.

Variabilele sunt inițializate cu instrucțiuni de forma:

$$x = \text{expresie}$$

De exemplu:

$$\gg x = 40$$

realizează o matrice  $1 \times 1$  cu numele  $x$  și stochează valoarea acesteia 40 într-o singură locație corespunzătoare singurului element al matricei.

Instrucțiunea:

$$X = a + b$$

atribuie variabilei  $X$  suma dintre variabilele  $a$  și  $b$ , definite anterior.

Pentru a afișa valoarea unei variabile se tastează numele ei.

Dacă numele variabilei și semnul egal „=” sunt omise, MATLAB creează automat o variabilă cu numele „ans”, ca în exemplul de mai jos:

$$\gg 1/2$$

care returnează:

$$\text{ans}=0.5000$$

### 9.2. Operatori și funcții

Expresiile folosite în MATLAB utilizează operatori aritmetici uzuali, Tabelul 9.2.

**Tabelul 9.2** Operatori aritmetici uzuali în Matlab

+	Adunare
-	Scădere
*	Înmulțire
/	Împărțire
\	Împărțire la stânga
^	Ridicarea la o putere
'	Transpusa complex conjugată
()	Operatorul de specificare a ordinii de evaluare

Operatorii logici în MATLAB se folosesc conform Tabelului 9.3. Operatorii & și | compară doi scalari sau două matrice de dimensiuni egale. Pentru matrice se operează element cu element.

**Tabelul 9.3** Operatori logici

Operatori logici	Simbol MATLAB
NU	~
ȘI	&
SAU	

Un operator foarte util este “:”. De exemplu, un vector se poate scrie:

```
>> x = 1:10
rezultând un vector cu valorile:
```

```
x =
    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10
```

Sau, alt exemplu:

```
>> 10:-2:1
ans =
    10     8     6     4     2
```

Dintre funcțiile matematice elementare standard se menționează:

sin	asin	abs	floor
cos	acos	log	ceil
tan	atan	log10	round

Funcția round() rotunjește la cel mai apropiat întreg, funcția floor() rotunjește în jos, funcția ceil() rotunjește în sus la cel mai apropiat întreg.

Pentru a suprima afișarea rezultatelor, la sfârșitul unei instrucțiuni se scrie operatorul “;”. MATLAB va realiza calculele, dar fără a afișa rezultatul, caracteristică importantă atunci când se lucrează cu matrici mari sau cu multe date.

Alte funcții utile:

^	ridică un număr $a$ la puterea $n$ ( $a^n$ );
pow2	calculează valoarea numărului 2 la puterea $n$ ( $2^n$ );
sqrt	calculează radicalul de ordinul 2 dintr-un număr;
log	calculează logaritmul natural ( $\ln$ );

log2 calculează logaritmul în baza 2 ( $\log_2$ );  
log10 calculează logaritmul zecimal ( $\log_{10}$ );  
exp calculează exponențiala ( $e^x$ );

Pentru vizualizarea funcțiilor elementare se tastează:

```
>> help elfun
```

Pentru a vedea lista funcțiilor avansate se tastează:

```
>> help specfun  
>> help elmat
```

Dacă o instrucțiune nu încapă pe o linie de comandă, se utilizează operatorul "...“ (trei puncte urmate de **Enter**) pentru a indica faptul că expresia continuă pe linia următoare. Exemplu:

```
>> a = 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + 1/5 - 1/6 + 1/7 ...  
      - 1/8 + 1/9 - 1/10 + 1/11 - 1/12;
```

Spațiile albe din jurul semnelor =, +, - sunt opționale dar folosirea lor poate îmbunătăți citirea liniilor.

De notat faptul că numele unei funcții este obligatoriu să fie redactat cu litere mici. Liniile care încep cu caracterul “%” sunt linii de comentariu.

Utilizatorul își poate defini propriile funcții care pot fi adăugate ca funcții noi în structura MATLAB, acesta fiind un avantaj major al aplicației. Comenzile și funcțiile utilizate de noua funcție sunt înregistrate într-un fișier cu extensia .m.

Variabile definite și folosite în interiorul fișierului funcție sunt localizate la nivelul acesteia, la terminarea execuției unei funcții, în memoria calculatorului, rămânând doar variabile de ieșire ale acesteia. Forma generală a primei linii a unui fișier funcție este:

```
>> function [param_ieșire] = nume_funcție (param_intrare)
```

unde:

*Function* - reprezintă cuvântul care declară fișierul ca fișier funcție;

*Nume\_funcție* - numele sub care se salvează fișierul, fără extensie. Nu poate identic cu cel al unui fișier de tip *m* preexistent ;

*Param\_ieșire* - parametri de ieșire trebuie separați cu virgulă și cuprinși între paranteze drepte iar dacă funcția nu are parametri de ieșire, parantezele drepte și semnul egal nu se mai folosesc ;

*Param\_intrare* - parametri de intrare trebuie separați cu virgulă și cuprinși între paranteze rotunde iar dacă funcția nu are parametri de intrare, parantezele rotunde nu se mai folosesc.



De exemplu, un fișier funcție numit „**medie.m**”, care calculează media aritmetică, poate avea următoarea formă:

```
>> function m = medie (x)
    n=length (x);
    m=sum (x)/n;
    y=['Media numerelor este:',num2str(m)];
    disp(y)
```

### 9.3. Help

Pentru aflarea informațiilor utile despre o comandă sau o funcție se tastează `help`

urmat de numele comenzii sau funcției respective.

De asemenea se poate apela la Internet, printr-o legătură la pagina Web a firmei producătoare.

Alte comenzi utile pentru aflarea de informații sunt: `helpwin`, `lookfor`, `help help`.

De exemplu, pentru a accesa informații despre funcția *sin* :

```
» help sin
```

```
SIN Sine.
```

```
SIN(X) is the sine of the elements of X.
```

Orice instrucțiune este în mod normal terminată cu „**Enter**”. Dacă ultimul caracter al acesteia este punct-virgulă „;”, instrucțiunea este executată, dar tipărirea este anulată. Utilizarea acestui caracter la sfârșitul unei instrucțiuni este necesară în situațiile care nu se dorește afișarea datelor intermediare, mai ales a cantităților mari de date, a căror afișare necesită mult timp.

De exemplu:

```
x = [1 2 3];
```

introduce vectorul *x*, dar nu îl afișează.

### 9.4. Formatul datelor

MATLAB-ul afișează numerele cu 5 zecimale (setare implicită). Această setare se poate modifica cu ajutorul comenzii *format*:

```
FORMAT Default. Same as SHORT.
```

```
FORMAT SHORT Scaled fixed point format with 5 digits.
```

```
FORMAT LONG Scaled fixed point format with 15 digits.
```

```
FORMAT SHORT E Floating point format with 5 digits.
```

```
FORMAT LONG E Floating point format with 15 digits.
```

```
FORMAT SHORT G Best of fixed or floating point format with
```

5 digits.

FORMAT LONG G Best of fixed or floating point format with 15 digits.

FORMAT HEX Hexadecimal format.

Exemple:

```
» x = 1.234567892345
```

```
x =
```

```
1.2345
```

```
» format long
```

```
» x
```

```
x =
```

```
1.23456789234500
```

```
» format short e
```

```
» x
```

```
x =
```

```
1.2345e+000
```

```
» format long e
```

```
» x
```

```
x =
```

```
1.234567892345000e+000
```

```
» format
```

```
» x
```

```
x =
```

```
1.2345
```

### 9.5. Opțiuni de salvare

Pentru salvarea variabilelor curente cu care se lucrează în MATLAB la încheierea unei sesiuni de lucru se poate utiliza comanda **save**. Această comandă va salva toate variabilele curente generate de către utilizator într-un fișier numit *matlab.mat*. Dacă se dorește, se poate da un nume fișierului de date în care se salvează variabilele.

Exemplu:

```
» save date a dt B
```

realizează salvarea datelor a, dt și B într-un fișier *date.mat*.

Pentru restituirea variabilelor într-o sesiune de lucru ulterioară se folosește comanda **load**.

Exemplu:

» load date

Dacă se dorește aflarea variabilelor curente se pot utiliza comenzile **who**, **whos**:

» who

Your variables are:

a dt B

Pentru ștergerea tuturor variabilelor curente din memoria de lucru se poate utiliza comanda **clear**.

Pentru ștergerea conținutului (afișajului) din fereastra principală se folosește comanda **clc**, care nu are ca efect ștergerea variabilelor curente din spațiul de lucru.

### Vectorizarea

Pentru a obține o viteză de calcul mare, este foarte importantă așa-numita vectorizare a algoritmilor. Oriunde este posibil, ciclurile *for* și *while* trebuie convenite în operații cu vectori sau matrice.

Exemplu:

```
x = 0;
for k = 1:101
    y(k) = log10(x);
    x = x + 0.1;
end
```

Versiunea vectorizată a aceluiași program este

```
x = 0:.1:10;
y = log10(x);
```

## 9.6. Matrici, vectori și polinoame

Pentru un lucru facil cu limbajul MATLAB, trebuie în primul rând să se învețe utilizarea calcului cu matrici. În MATLAB, o matrice este un tablou dreptunghiular de numere. Mărimile scalare, de exemplu, sunt matrici 1 x 1, iar matricile cu o singură linie sau coloană sunt de fapt vectori.

### 9.6.1. Introducerea matricilor și vectorilor

Matricile se pot introduce în mai multe moduri:

- Introducerea unei liste explicite cu elementele matricei;
- Încărcarea unor date din fișere externe de date;
- Generarea de matrici utilizând funcții built-in;
- Crearea de matrici în fișierele M-files.

Pentru introducerea matricelor trebuie respectate câteva convenții:

- Elementele unei linii sunt separate prin virgule sau spații;
- Sfârșitul unei linii se marchează cu punct și virgulă;
- Lista de elemente care formează matricea se delimitează cu paranteze drepte:

[ ]

Pentru introducerea elementelor matricii se scrie:

```
>> A = [ 1 2 3  
4 5 6  
7 8 9]
```

sau

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

ambele secvențe având ca efect introducerea matricii A, pe care MATLAB o va afișa sub forma:

```
A =  
1 2 3  
4 5 6  
7 8 9
```

O dată introdusă, matricea este memorată în workspace și poate fi apelată simplu, ca A.

Vectorii pot fi introduși scriind în mod explicit elementele sau pot fi generați cu secvențe.

De exemplu,

```
>> X = [1 2 3 4 5]
```

va introduce un vector linie, iar

```
>> y = [1  
2  
3  
4]
```

va introduce un vector coloană.

Dacă vectorul poate fi exprimat matematic, se pot folosi o secvență de tipul:

```
>> x = 1 : 5
```

care generează un vector conținând elementele de la 1 la 5, cu incrementul 1:

```
X = [1 2 3 4 5]
```

Însă, secvența:

```
>> x = 0:0.5:6
```

generează un vector conținând elementele de la 0 la 6, cu incrementul 0.5:

```
x =  
    0    0.5000    1.0000    1.5000    2.0000    2.5000    3.0000  
    3.5000    4.0000    4.5000    5.0000    5.5000    6.0000
```

Pentru a vedea un element de vector sau matrice se utilizează indici, astfel:

```
>> x (4)
```

Afișează termenul al patrulea din vectorul x anterior.

```
ans =
```

```
    1.5000
```

Pentru afișarea unui element din matrice se scrie numele matricei și indicii corespunzători liniei și coloanei pe care se află elementul dorit:

A (linie,coloană)

```
>> A (2,3)
```

```
ans =
```

```
    6
```

A (2:3) = Afișează elementele de la al doilea la al treilea.

A (1) = 0 înlocuiește elementul al doilea cu zero.

A (4) = 0 adaugă un element cu valoarea zero la vectorul A, cu rezultatul:

```
A = [2 4 6 0]
```

### 9.6.2. Operațiile aritmetice cu matrice

Pentru efectuarea operațiilor cu matrice se folosesc aceiași operatori ca în operațiile cu scalari, precedați de semnul punct „.”, semn ce indică efectuarea operațiilor în ordinea element cu element. Dacă unul dintre operanți este un scalar, acesta operează cu fiecare element al matricei. De exemplu, pentru a

Înmulți două matrice de aceeași dimensiuni, se folosește operatorul înmulțire precedat de semnul punct “.”, astfel:

```
>> C = A . * B
```

**Exemple:**

Adunarea și scăderea

Se consideră vectorii:  $A = [1 \ 2 \ 3]$  și  $B = [2 \ 4 \ 6]$ . Să se calculeze  $C = A+B$  și  $D = A-B$ . Se va folosi secvența MATLAB:

```
>> A = [1 2 3]; B = [2 4 6];
```

```
>> C = A+B
```

```
C =
```

```
3 6 9
```

```
>> D = A-B
```

```
D =
```

```
-1 -2 -3
```

Înmulțirea matricelor: Să se calculeze:  $E = A.*B$  și  $F = 3.*A$ . Se va folosi secvența MATLAB:

```
>> E = A.*B
```

```
E =
```

```
2 8 18
```

```
>> F = 3.*A
```

```
F =
```

```
3 6 9
```

Împărțirea la dreapta și împărțirea la stânga:

Operația de împărțire la dreapta, element cu element, între două matrice este simbolizată cu operatorul punct-slash (./). Instrucțiunea:  $G = A ./B$  reprezintă împărțirea element a matricelor  $A$  și  $B$  rezultând elementele:  $G(i,j) = A(i,j) /B(i,j)$ .

Considerând aceleași matrice A și B, să se calculeze:  $G1 = A ./B$ , și  $G2 = A./4$  cu secvența MATLAB:

```
>> G1 = A./B
```

```
G1 =
```

```
0.5000 0.5000 0.5000
```

```
>> G2 = A./4
```

```
G2 =
```

```
0.2500 0.5000 0.7500
```

Operația de împărțire la dreapta, element cu element, între două matrice este simbolizată cu operatorul punct-bakslash (`./`). Instrucțiunea:  $H = A ./B$  reprezintă împărțirea element a matricelor A și B rezultând elementele:  $H(i,j) = A(i,j) ./B(i,j) = B(i,j) ./A(i,j)$

Să se calculeze:  $H1 = A ./B$ ,  $H2 = A ./4$  și  $H3 = 4 ./A$ , folosind secvența MATLAB:

```
>> H1 = A./B
```

```
H1 =
```

```
2 2 2
```

```
>> H2 = A./4
```

```
H2 =
```

```
4.0000 2.0000 1.3333
```

```
>> H3 = 4./A
```

```
H3 =
```

```
0.2500 0.5000 0.7500
```

Transpunerea matricelor

Operația de transpunere a unei matrice este simbolizată de operatorul punct-apostrof “`.’`”. Cu instrucțiunea:  $T = A.’$



### 9.6.3. Extragerea submatricilor prin indici

Pentru extragerea vectorilor cu elemente decupate din alți vectori, se folosesc:

- $j:k$  - selectează elementele  $[j, j+1, \dots, k]$  ale unui vector, dacă  $j > k$ , vectorul rezultat este gol;
- $j:i:k$  - selectează elementele  $[j, j+i, j+2i, \dots, k]$  ale unui vector; vectorul rezultat este gol dacă  $i > 0$ ; și  $j > k$  sau dacă  $i < 0$  și  $j < k$ .

În cazul selectării liniilor sau coloanelor matricelor, se folosesc:

- $A(:,j)$  - selectează coloana  $j$  a matricei  $A$ ;
- $A(i,:)$  - selectează linia  $i$  a matricei  $A$ ;
- $A(:,:)$  - selectează întreaga matrice  $A$ ;
- $A(j:k)$  - selectează elementele  $A(j), A(j+1), \dots, A(k)$  ale vectorului  $A$ ;
- $A(:,j:k)$  - selectează toate elementele liniile și coloanele de la  $j$  la  $k$ ,  $A(:,j), A(:,j+1), \dots, A(:,k)$ , ale matricei  $A$ ;
- $A(:)$  - selectează toate elementele matricei  $A$ , privite ca o singură coloană (începând cu prima).

Fie matricea  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

Să se scrie instrucțiunile care permit selectarea din matricea  $A$ :

- liniei a 2-a;
- coloanei a 3-a;
- submatricei formată din liniile 1-2 și coloanele 4-6;
- submatricei formată din liniile 1,4 și coloanele 2,4,5;

Se folosește secvența MATLAB:

```
>> A = [1 2 3 4 5 6; 2 3 4 5 6 1; 3 4 5 6 1 2; ...
        4 5 6 1 2 3; 5 6 1 2 3 4; 6 1 2 3 4 5]
```

```
B = A (2,:)
```

```
C = A (:,3)
```

```
D = A (1:2,4:6)
```

```
E = A ( [1,4],[2,4:5] )
```

Se vor obține rezultatele:

$$B = [2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 1] \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Calculul determinantului unei matrice se face cu funcția *det*, folosind sintaxa:

$$D = \det(X). \text{ Fie matricea: } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Folosind secvența MATLAB:

```
>> A = [1 2; 3 4];
      D = det(A)
```

se obține:

$$D = -2$$

Inversa unei matrice se calculează cu funcția *inv*, folosind:  $Y = \text{inv}(A)$ . Pentru matricea A de mai sus se obține inversa:

```
>> Y = inv(A)
      Y =
```

$$\begin{bmatrix} -2.0000 & 1.0000 \\ 1.5000 & -0.5000 \end{bmatrix}$$

#### 9.6.4. Maximul și minimul

Funcțiile *max* și *min* determină maximul și minimul valorilor unui vector sau matrice; se apelează cu una dintre sintaxele:

$$M = \max(X) \quad m = \min(X)$$

Determinarea elementelor maxime (minime) ale unui vector, precum și a indicelui (poziției) acestora, se face prin apelarea acestora funcții cu una dintre sintaxele:

$$[M,I] = \max(X) \quad [m,I] = \min(X)$$

Pentru a realiza o matrice C, care conține elementele maxime (minime) din două matrice A și B, de aceeași dimensiune, se folosește sintaxa:

$$C = \max(A,B) \quad C = \min(A,B)$$

**Exemplu.** Să se determine valorile maxime și minime ale unui vector și ale unei matrice. Cu secvența MATLAB:

```
>>v1 = [1 4 -5 8 0 -2];
M1 = [1 2 3; 0 -5 9; 2 7 -11];
a = max(v1)
b = min(v1)
c = max(M1)
d = min(M1)
```

se obține:

```
a =
    8

b =
   -5

c =
    2    7    9

d =
    0   -5  -11
```

### 9.7. Media și mediana

Media aritmetică a unui set de date se calculează cu relația:

$$\text{mcd} = \frac{\sum_{k=1}^N x_k}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

Funcția *mean* se apelează cu sintaxa:

$$m = \text{mean} ( X )$$

Mediana este elementul de la mijlocul unui set de date ordonat crescător. Dacă numărul N al valorilor setului este impar, valoarea mediană este cea din poziția (N + 1 )/2, iar dacă acesta este par, valoarea mediană este media elementelor din pozițiile (N/2) și (N/2)+1,

$$\begin{cases} x\left(\frac{N+1}{2}\right) & \text{daca } N = 2M + 1 \\ \frac{x\left(\frac{N}{2}\right) + x\left(\frac{N}{2} + 1\right)}{2} & \text{daca } N = 2M \end{cases}$$

Funcția *median* se apelează cu sintaxa:

$$M = \text{median} ( X )$$

### 9.8. Sume și produse

Pentru calculul sumei elementelor unui vector:

$$s = \sum_{k=1}^N x_k$$

se folosește funcția *sum* care se apelează cu sintaxa:

$$Y = \text{sum}(X)$$

Pentru calculul produsului elementelor unui vector:

$$p = \prod_{k=1}^N x_k$$

se folosește funcția *prod* care se apelează cu sintaxa:

$$Y = \text{prod}(X)$$

Prin sumă cumulată a elementele unui vector se înțelege vectorul ale cărui elemente sunt date de relația:

$$s_j = \sum_{k=1}^j x_k, \quad j=1, 2, 3, \dots, N$$

se folosește funcția *cumsum* care se apelează cu sintaxa:

$$Y = \text{cumsum}(X)$$

Prin produs cumulat al elementelor unui vector se înțelege vectorul ale cărui elemente sunt date de relația:

$$p_j = \prod_{k=1}^j x_k, \quad j=1, 2, 3, \dots, N$$

se folosește funcția *cumprod* care se apelează cu sintaxa:

$$Y = \text{cumprod}(X)$$

**Exemplu.** Să se calculeze suma, suma cumulată, produsul și produsul cumulat al elementelor unei matrice.

$$M = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9; 0 \ 1 \ 2];$$

$$S = \text{sum}(M)$$

$$P = \text{prod}(M)$$

$$SC = \text{cumsum}(M)$$

$$PC = \text{cumprod}(M)$$

$$S =$$

$$12 \quad 16 \quad 20$$

$$P =$$

$$0 \quad 80 \quad 324$$

$$SC =$$

```
1  2  3
5  7  9
12 15 18
12 16 20
```

PC =

```
1  2  3
4 10 18
28 80 162
0  80 324
```

### 9.9. Valori nedefinite

Valoarea specială NaN corespunde în MATLAB lui Not-a-Number. În mod normal această valoare este rezultatul unor operații nedefinite, precum 0/0 sau  $\infty/\infty$ , conform convențiilor stabilite de standardul IEEE de aritmetică în virgulă mobilă. Pentru identificarea pozițiilor ocupate de valorile NaN într-un vector x, se utilizează instrucțiunea:

$$I = \text{find}(\text{isnan}(x));$$

care returnează în vectorul I indicii elementelor care sunt valori NaN. Cu instrucțiunea:

$$Y = X(\text{find}(\sim \text{isnan}(X)));$$

se obține un vector y care conține toate elementelor lui x ce nu sunt NaN (elimină valorile NaN dintr-un set de date). Practic, pentru a elimina valorile NaN dintr-un set de date, există următoarele două modalități:

$$X = X(\sim \text{isnan}(X)) \quad \text{sau} \quad X(\text{isnan}(X)) = []$$

### 9.10. Minimizarea funcțiilor

Funcțiile folosite pentru minimizare sunt:

<i>fmin</i>	calculează minimumul funcțiilor de o variabilă reală;
<i>fmins</i>	calculează minimumul funcțiilor de mai multe variabile reale;
<i>fzero</i>	determină zero-ul unei funcții de o variabilă reală.

#### 9.10.1. Calculul minimumului funcțiilor de o variabilă

Funcția *fmin* se utilizează pentru determinarea minimumului unei funcții de o singură variabilă; se apelează cu una dintre sintaxele:

```
x=fmin('F',x1,x2)
x=fmin('F',x1,x2,opțiuni)
[x,opțiuni]=fmin('F',x1,x2,opțiuni,p1,p2 )
```

și returnează valoarea lui pentru care funcția  $F(X)$  este minimă în intervalul  $x_1 < x < x_2$ . 'F' este un șir care conține numele unui fișier M în care se găsește funcția ce trebuie minimizată.

În versiunile mai noi de MATLAB, se folosește mai mult funcția **fminbnd** pentru găsirea unui minim local al unei funcții scrise într-un fișier function.

**Exemplu.** Să se determine minimul funcției  $\sin(x)$  în intervalul  $[0, 2\pi]$ . Cu instrucțiunea:

```
>> xmin = fmin('sin', 0, 2*pi)
```

Se obține:

```
xmin =  
4.7124
```

**Exemplu.** Să se determine minimul funcției  $f(x) = (x-5)^2 - 2$ , pe intervalul  $(0, 8)$ . Se scrie un fișier funcție; fie numele acestuia test.m, cu următorul conținut:

```
function y=test(x)  
y=(x-3).^2 - 1;
```

se apelează funcția *fmin* cu instrucțiunile:

```
xmin=fmin('test', 0, 8)  
ymin=test(xmin)
```

obținându-se rezultatul:

```
xmin = 5  
ymin = -1
```

### 9.10.2. Calculul zerourilor funcțiilor de o variabilă reală

Funcția *fzero* se apelează cu una dintre sintaxele:

```
z=fzero('F', x0)  
z=fzero('F', x0, tol)
```

Aceasta returnează zeroul funcției  $F(x)$  cel mai apropiat de un punct de plecare  $x_0$ , calculat cu eroarea relativă *tol*. 'F' este numele unui fișier M care conține funcția obiectiv al cărui zero este căutat. Dacă un astfel de interval este găsit, *fzero* returnează valoarea pentru care funcția schimbă semnul (adică zeroul), iar dacă un astfel de interval nu este găsit returnează NaN.

Zerourile unui polinom se pot calcula și cu funcția

**roots(C)**

care calculează rădăcinile unui polinom ai cărui coeficienți sunt dați de vectorul C.

**Exemplu.** Să se determine zeroul funcției:  $f(x)=\sin(x)$ , în apropiere de  $x_0=3$ . Deoarece funcția considerată este predefinită în MATLAB, rezultatul se obține cu secvența:

```
>> x=fzero('sin',3)
```

rezultând

```
x=3.1416
```

Pentru verificare evaluăm funcția în punctul 3.1416 și găsim o valoare foarte aproape de zero:

```
>>sin(3.1416)
```

```
ans =
```

```
-7.3464e-006
```

### 9.11. Interpolarea datelor

Interpolarea este un proces de estimare a valorilor situate între puncte cunoscute. Dacă punctele sunt unite printr-o dreaptă, interpolarea se numește liniară, iar dacă sunt unite printr-un polinom de gradul trei, interpolarea este spline cubică. De menționat faptul că, curba de interpolare trece prin toate punctele care o definesc. Interpolarea este foarte utilă, de exemplu, în cazul datelor experimentale, când se cunosc câteva puncte determinate experimental și se dorește cunoașterea valorilor în puncte intermediare. Aceasta este utilă și în domenii cum ar fi procesarea numerică a semnalelor și imaginilor.

În MATLAB există mai multe tehnici de interpolare, alegerea unei metode realizându-se funcție de acuratețea necesară, de viteza de execuție și de gradul de utilizare a memoriei.

Din punct de vedere matematic, interpolarea unui set discret de date  $(x_i, y_i)$  presupune determinarea unei funcții  $f(x_i)$  astfel ca  $f(x_i)=y_i$ , în vederea completării setului de date în orice puncte  $x_i$ .

Funcția MATLAB de interpolare este **interp1** având expresiile:

```
Y1 = interp1(X, Y, X1)
```

```
Y2 = interp1(X, Y, X1, 'metoda')
```

Vectorii X și Y conțin punctele  $x_i$  și respectiv  $y_i$ . Punctele  $x_i$  sunt în ordine crescătoare. interp1 calculează Y1, valoarea funcției în punctul X1. Dacă X1 este scalar, interp1 calculează valoarea funcției în acest punct. Dacă X1 este



vector, rezultatul Y1 este un vector cu valorile funcției în punctele din vectorul X1. De exemplu, secvența :

```
>> x = [7 9 22 27 44 80 99];
      y = [1.2 2.3 2.9 4 4.5 5 8];
      a = 25;
      rez = interp1(x, y, a)
generează rezultatul:
>> rez =
      3.5600
```

În forma a doua se poate specifica metoda de interpolare, metodele disponibile fiind '**linear**' și '**cubic**'. În prima formă se utilizează interpolarea liniară.

Dintre cele mai uzuale funcții MATLAB pentru interpolarea datelor:

- table1* - interpolează liniar și citește date din tabele unidimensionale;
- spline* - interpolează prin metoda spline;
- interpft* - interpolează monodimensional prin metoda transformatei Fourier (FFT);
- polyfit* - aproximează un set de date cu un polinom de gradul n;
- interp1* - interpolează monodimensional liniar, spline sau cubic;
- interp2* - interpolează bi-dimensional biliniar sau bicubic;
- interp3* - interpolează biarmonic valorile unei funcții de două variabile;

## 9.12. Interpolarea funcțiilor de o singură variabilă

### 9.12.1. Interpolarea liniară

Interpolarea liniară a funcțiilor de o singură variabilă se face cu funcția *table1* care se apelează cu sintaxa:

$$Y = \text{table1}(\text{nume\_tabel}, x)$$

Primul argument al funcției reprezintă numele tabelului care conține datele ce se referă la coordonatele (x,y). Al doilea argument se referă la valorile interpolate y. Datele din prima coloană a tabelului (valorile lui x) trebuie să fie în ordine crescătoare, iar valorile x trebuie să se găsească între prima și ultima valoare a primei coloane; în caz contrar se afișează un mesaj de eroare.

**Exemplu.** Estimați valorile temperaturii la momentele de timp 2.2sec și 4.7sec, cu datele din tabelul de mai jos.

Timp [s]	Temperatura [°C]
0.0	0.0
1.0	20.0

2.0	60.0
3.0	68.0
4.0	77.0
5.0	110.0

Se introduc datele din tabel într-o matrice care are prima coloană valorile timpului și în a doua coloană temperaturile corespunzătoare:

```
T(:,1)=[0.0,1.0,2.0,3.0, 4.0, 5.0]';
```

```
T(:,2)=[0.0,20.0,60.0, 68.0,80.0,110.0]';
```

cu secvența de program MATLAB:

```
>> y = table1(T,[2.2 4.7])
```

se obține:

```
y =
    61.6000
   101.0000
```

Comanda **table1** este folosită la versiuni mai vechi de MATLAB; în versiunile mai noi aceasta fiind înlocuită de comanda **interp1**, ca în exemplul următor:

#### Exemplu.

```
x = [0.0,1.0,2.0,3.0, 4.0, 5.0];
```

```
y = [0.0,20.0,60.0, 68.0,80.0,110.0];
```

```
interp1(x,y,2.2)
```

```
ans =
    61.6000
```

#### 9.12.2. Interpolarea spline cubică

Curba de interpolare *spline* cubică este calculată cu funcția *spline* folosind sintaxa:

```
yi=spline(x,y,xi)
```

unde:

- x și y sunt vectori care conțin abscisele și ordonatele datelor (cu pas “mare”);
- xi este un vector care conține noile abscise, de regulă cu pas mai “fîn”;
- yi este vectorul returnat, asociat lui xi.

De notat faptul că valorile x trebuie să fie ordonate crescător.

**Exemplu.**

Pentru  $x = [0:10]$  și  $Y = \sin(X)$ , să se traseze graficul rezultat prin interpolarea *spline* pentru o rețea cu pas 0.25. Cu secvența de program de mai jos se determină vectorul  $Y_i$  al punctelor corespunzătoare valorilor  $X_i$ . Figura 3.1 prezintă punctele de interpolare și curba obținută în urma interpolării.

```
>> X = 0:10; Y = sin(X);
Xi = 0: 0.25: 10;
Yi = spline(X,Y,Xi);
plot(X,Y,'o',Xi,Yi)
```

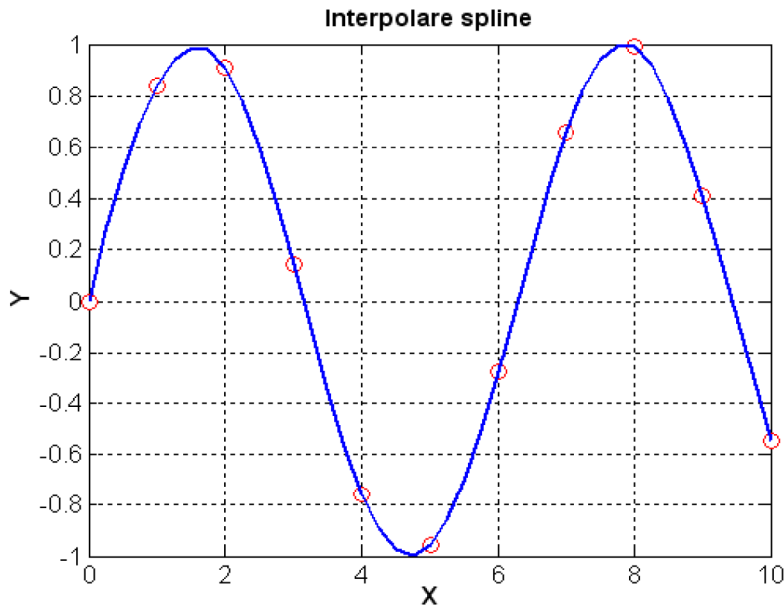


Fig. 9.1. Interpolare spline

**9.12.3. Interpolarea prin metoda transformatei Fourier (FFT Fast Fourier Transform)**

Fie  $x(t)$  o funcție de timp și fie  $x$  vectorul valorilor eșantionate ale funcției,

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Transformata Fourier discretă a funcției este:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$$

unde numerele  $X_i$  sunt date de relația:

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) e^{-\frac{j2\pi(k-1)(n-1)}{N}}, \quad 1 \leq k \leq N$$

Funcția ce calculează transformata Fourier discretă este,

$$\text{fft}(x)$$

unde  $x$  este vectorul valorilor funcției de timp în puncte echidistante. Funcția,

ifft(X)

calculează transformata Fourier inversă.

Interpolarea prin metoda transformatei Fourier se face cu funcția *interpft* care interpolează datele cu o singură variabilă utilizând metoda FFT (Fast Fourier Transform); se apelează cu sintaxa:

$$y=interpft(x,n)$$

care returnează un vector  $y$  de lungime  $n$  obținut din vectorul  $x$ . Numărul  $n$ , trebuie să fie mai mare decât numărul de elemente al vectorului  $x$ , iar rezultatul are periodicitate circulară dată de utilizarea transformata Fourier. Dacă  $x$  este o matrice interpolarea se face pe fiecare coloană.

**Exemplu.**

```
>> x=[2 4 3 ; 5 1 7];
      y=interpft(x,2)
```

cu rezultatul:

```
y =
  2   4   3
  5   1   7
```

**9.13. Interpolarea multiplă**

Funcția *interp1* poate interpola datele după o lege liniară, cubică sau spline cubică; se apelează cu sintaxa:

$$y_i=interp1(x,y,x_i,'regula')$$

unde *'regula'* este unul din cuvintele cheie:

- linear - pentru interpolare liniară;
- spline - pentru interpolare spline cubică;
- cubic - pentru interpolare cubică.

**Exemplu.** Fie următoarele date ale unei funcții de o singură variabilă:

X	-2	-1	0	1	2
Y	6	2	3	1	7

Să se estimeze cu funcția *interp1*, valoarea  $y$  care corespunde lui  $x_1=-1$  și  $x_2=1.5$ , folosind interpolarea liniară, cubică și spline cubică. Cu programul MATLAB:

```
x=[-2 -1 0 1 2];
y=[6 2 3 1 7];
```

```
yil=interp1(x,y,[-1,1.5], 'linear')
yis=interp1(x,y,[-1,1.5], 'spline')
yic=interp1(x,y,[-1,1.5], 'cubic')
```

se obțin rezultatele:

```
yil=[2      4      ] - interpolare liniară
yis=[2.000  2.0156] - interpolare spline
yic=[2      3      ] - interpolare cubică
```

Funcțiile interp2, griddata și meshgrid realizează interpolare bidimensională.

## 9.14. Aproximarea prin metoda celor mai mici pătrate

### 9.14.1. Regresia liniară

Pentru un set de  $(n+1)$  puncte  $(x_i, y_j)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  și  $j = 0, 1, 2, \dots, n$ , determinarea unei drepte ce trece prin sau în apropierea punctelor date, având la baza principiul celor mai mici pătrate, se numește regresie liniară. De notat că în cazul regresiei funcția obținută nu este constrânsă să treacă prin punctele  $(x_i, y_j)$ . Funcțiile MATLAB pentru regresia liniară sunt *polyfit* și *polyval*, care calculează valoarea polinomului pe un punct dat.

Exemplu de program MATLAB pentru regresia liniară, Fig. 3.2:

```
>> x = [10, 20, 30, 40, 50, 60] ;
y = [1 , 4 , 5, 7 , 8.5 9];
% coeficientii polinomului de regresie liniare
c = polyfit(x,y,1) ;
% calculul valorii polinomului de regresie pe punctele xins
y1 = polyval(c,x)
plot(x,y,'o', x, y1); grid; hold on;
```

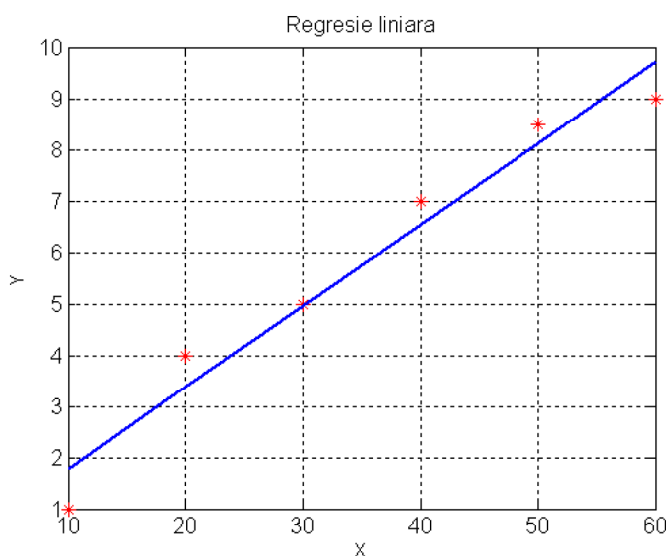


Fig. 9.2. Regresie liniară

### 9.14.2. Regresia polinomială

Regresia polinomială a unui set de date printr-un polinom de forma:

$$p(x) = \sum_{i=0}^N a_i x^{N-i} = a_0 x^N + a_1 x^{N-1} + a_2 x^{N-2} + \dots + a_{N-1} x + a_N$$

Determinarea celei mai bune aproximări a unui set de date  $(x,y)$  cu un polinom de ordin  $n$  folosește funcția *polyfit*, se apelează cu sintaxa:

$$P = \text{polyfit}(x,y,n)$$

care găsește coeficienții polinomului  $p(x)$ , de grad  $n$ , care se potrivește cu datele de intrare  $p(x(i))$ , în punctul  $y(i)$ , iar rezultatul  $p$ , este un vector linie, de lungime  $n+1$ , conținând coeficienții polinomului în ordine descrescătoare a puterilor.

O altă sintaxă posibilă este:

$$[p,S] = \text{polyfit}(x,y,n)$$

care restituie coeficienții  $p$  și o structura  $S$ , pentru a se folosi cu funcția **polyval**, în scopul obținerii erorii estimate care, dacă erorile din datele de intrare  $y$  sunt independente de constanta variabilei, produce erori ce conțin cel puțin 50 % din cele prezise.

**Exemplu.** Să se determine un polinom de gradul 5 care să exprime dependența flux-curent pentru curba de magnetizare a unui motor de curent continuu pentru care se cunosc valorile:

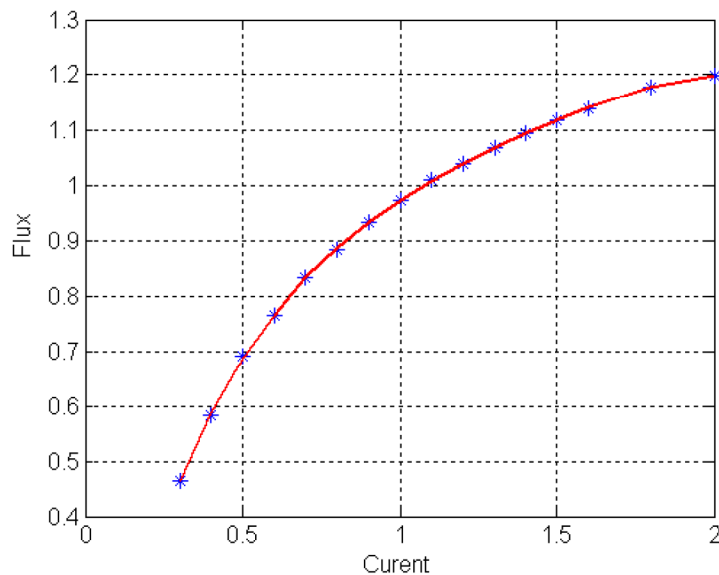
```
>> % Valorile de flux și curent de la care se pornește
ir = [ 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.8 2.0];
flux = [0.465 .582 .69 .764 .834 .883 .932 .972 1.008 1.038 1.066 1.094...
1.116 1.138 1.178 1.199];
[p5,S] = polyfit(ir,flux,5);
f = polyval(p5,ir);
plot(ir, flux, '*', ir, f);
```

care va da rezultatul:

```
p5 =
0.0327 -0.3453 1.3007 -2.3940 2.4726 -0.0947
```

aceștia fiind coeficienții polinomului de gradul 5.

Daca setul de date are  $n$  elemente, toate datele se află pe curba de „aproximare”. Pentru un grad al polinomului mai mic decât numărul de date, aproximarea este cu atât mai buna, cu cât gradul polinomului este mai apropiat de numărul de date. Utilizarea unui polinom de aproximare, cu grad mai mare decât setul de date, poate conduce la erori de aproximare considerabile.



**Fig. 9.3.** Regresie polinomială



## Capitolul 10

# INTEGRAREA ȘI DERIVAREA NUMERICĂ ÎN MATLAB

## 10.1. Integrarea și derivarea numerică a funcțiilor

Integrarea și derivarea sunt concepte fundamentale în rezolvarea unui mare număr de probleme în inginerie și știință. În numeroase situații practice nu pot fi obținute soluții analitice, fiind necesară aplicarea metodelor de integrare și derivare numerică.

### 10.1.1 Integrarea numerică

Integrala funcției  $f(x)$  pe intervalul  $[a, b]$  are expresia:

$$S = \int_a^b f(x) dx ,$$

și are semnificația ariei delimitate de axa  $Ox$ , curba  $f(x)$  și dreptele  $x = a$  și  $x = b$ , Fig. 10.1.

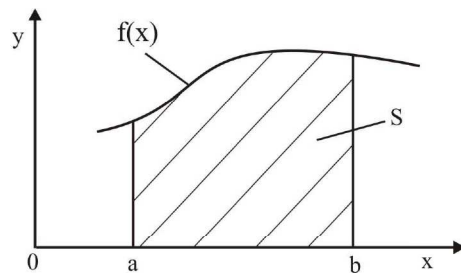


Fig. 10.1. Integrala funcției  $f(x)$

### 10.1.2. Integrare prin metoda trapezelor

Utilizarea metodei trapezelor presupune împărțirea intervalului  $[a, b]$  în  $n$  secțiuni egale, cu pasul  $h = (b - a)/n$  și  $x = a + jh$ , cu  $j = [1, n]$ . Integrala se estimează cu relația:

$$S = \frac{h}{2} \cdot \left[ y_a + y_b + 2 \sum_{j=1}^{n-1} y_j \right],$$

unde  $y_i = f(x_i)$ . Îmbunătățirea estimării integralei se face prin utilizarea unui număr mai mare de secțiuni  $n$ , deci a unui pas mai fin, Fig. 10.2.

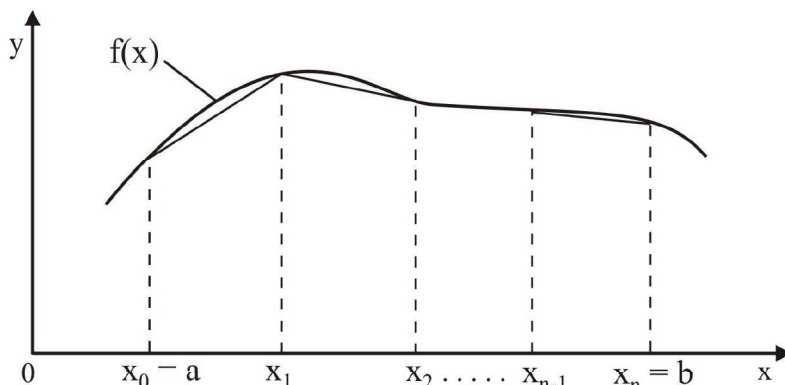


Fig. 10.2. Integrala aproximată prin metoda trapezelor

Pentru calculul integralelor definite prin metoda trapezelor, în MATLAB se utilizează funcția **trapez**. Aceasta presupune faptul că funcția de integrat  $f$  este precizată sub formă de valori numerice,  $\{y_k = f(x_k)\}$   $k=1, \dots, n$ , în puncte echidistante  $\{x_k\}$   $k=1, \dots, n$  ( $x_1 = a$ ,  $x_n = b$ ) ale intervalului de integrare  $[a, b]$ . Sintaxa funcției este:

$I = \text{trapez}(x,y)$

unde:

- $x$  reprezintă vectorul valorilor  $\{x_k\}$ ;
- $y$  reprezintă vectorul valorilor  $\{y_k = f(x_k)\}$ ;
- $I$  este aproximarea cu metoda trapezelor a integralei definite mai sus.

În acest caz,  $n$  reprezintă numărul de puncte. Prin urmare pasul de integrare, care este calculat implicit, este dat de relația  $h = (b-a)/(n-1)$ .

**Exemplu** de integrare prin metoda trapezului:

```
>> x = 0:pi/20:2*pi;
    y = sin(x);
    z = trapez(x,y)
```

cu rezultatul:

```
z =
-2.4113e-016
```

unde  $x$  și  $y$  reprezintă perechea de valori  $x$  și  $f(x)$ . Dacă se folosește secvența **z=trapez(y)** se consideră că avem pas de 1 pentru  $x$ .

Pachetul software MATLAB folosește și alte comenzi pentru calculul integralelor:

```
quad('f,a,b)          quad8('f,a,b)
quad('f,a,b,err)     quad8('f,a,b,err)
quad('f,a,b,err,urma) quad8('f,a,b,err,urma)
```

care aproximează integrala prin metoda Simpson. În acest caz trebuie să se cunoască  $x$ , vectorul absciselor și să se realizeze un fișier de tip  $m$  care conține secvența de definire a funcției de integrat.

În comenzile `quad` și `quad8` avem:

$f$  - reprezintă numele unui fișier funcție, de tip  $m$ , care conține descrierea funcției de integrat;

$a, b$  - sunt limitele de integrare;

$err$  - eroarea relativă admisă între doi pași consecutivi (implicit este  $10^{-3}$ );

$urma$  - dacă este diferită de zero, se afișează pe ecran valorile intermediare.

Dacă nu se cunoaște expresia analitică a funcției, ci doar  $X$ , vectorul absciselor, și  $Y$ , vectorul valorilor funcției în aceste puncte, atunci se interpolează funcția și se consideră fișierul  $f$ , de tip  $m$ , care conține funcția de interpolare, după care se calculează integrala din această funcție.

**Exemplu.** Să se calculeze integrala:  $\int_0^2 x dx$ . Se folosește secvența MATLAB:

```
>> f = inline('x');
quad(f,0,2)
```

Se obține:

```
ans =
    2.0000
```

### 10.1.3. Calculul integralelor nedefinite

Considerăm acum problema determinării integralei nedefinite a funcției  $f$ ,

$$\int f(x) dx$$

Integrarea simbolică se efectuează cu funcția `int` cu forma:

`int(f, x)`

în care specificăm variabila de integrare.

**Exemplu.** Să se calculeze în MATLAB integrala nedefinită a funcției,

$$f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$$

```
>> syms a b x
f = a * sin(x) + b * cos(x)
f = b*cos(x) + a*sin(x)
int(f, x)
```

```
ans =
-a*cos(x)+b*sin(x)
```

Pentru calculul integralelor duble  $\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x, y) dx dy$  se folosește sintaxa:

**dblquad** (f,xmin, xmax, ymin, ymax)

**Exemplu.** Calculul integralei duble pentru funcția  $f(x,y) = y*\sin(x) + x*\cos(y)$  pentru limitele 0,1 respectiv 0,2.

```
>> f = inline('y.*sin(x)+x.*cos(y)');
dblquad(f,0,1,0,2)
```

```
ans =
1.3740
```

### 10.2. Derivarea numerică

Derivata unei funcții  $f(x)$  este viteza de variație în raport cu variația funcției  $f(x)$ , notată cu  $df/dx$ :

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

Interpretarea geometrică a derivatei  $f'(x)$  într-un punct grafic al funcției în punctul considerat.



**Derivarea numerică bazată pe polinomul de interp**

Se presupun cunoscute valorile  $y_i = f(x_i)$  în nodurile d  
echidistante. Dacă se consideră notațiile:

$h = x_{i+1} - x_i$  - pasul de divizare;

$\Delta y_i = f(x_{i+1}) - f(x_i)$  - diferențele de ordinul 1;

$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$  - diferențele de ordinul 2;

$\Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i$  - diferențele de ordinul 3;

