

BREVIAR DE TEORIA CIRCUITELOR

Autor: Conf.dr.ing. Constantin Harja

Un circuit electronic reprezintă o combinație de componente pasive și active aranjate astfel încât circuitul să îndeplinească funcția dorită. Orice circuit, oricât de complex, poate fi privit ca o combinație de circuite tot mai simple care în ultimă instanță pot fi analizate cu instrumente fizico-matematice elementare, cum ar fi legea lui Ohm, legile lui Kirchhoff etc. Din acest considerent s-a considerat utilă o trecere în revistă a celor mai elementare legi și teoreme din teoria circuitelor.

1. LEGEA LUI OHM

Legea lui Ohm, exprimată sub cele trei forme uzuale, are expresiile:

$$V = IR; \quad I = \frac{V}{R}; \quad R = \frac{V}{I}; \quad (1)$$

unde V reprezintă tensiunea [V], R – rezistența [Ω] și I – curentul [A].

Legea lui Ohm poate fi aplicată, după caz, fie circuitului total, fie numai unei componente, conform Fig.1. Dacă se consideră circuitului total, rezistența echivalentă a circuitului și expresia legii lui Ohm sunt date de relațiile:

$$R = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4) = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} \quad \text{și} \quad I = \frac{V}{R}; \quad (2)$$

iar în dacă se consideră numai rezistența R_4 , legea lui Ohm are expresia:

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4}. \quad (3)$$

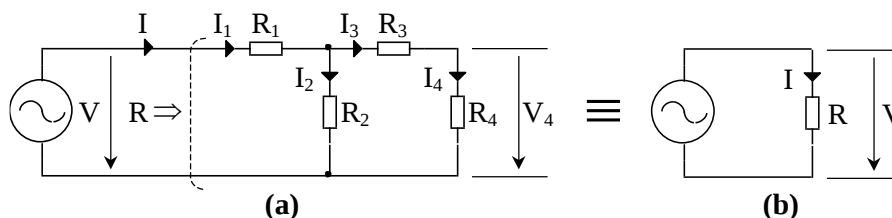


Fig.1. Aplicarea legii lui Ohm:

(a) – schema detaliată a circuitului; (b) – schema echivalentă a circuitului.

Unele expresii din teoria circuitelor electronice pot crea impresia că sunt noi și specifice acestui domeniu, dar de fapt, la o analiză mai atentă se poate constata că nu sunt altceva decât aplicații particulare ale legii lui Ohm sau a altor legi la fel de elementare. De exemplu, considerând o relație foarte simplă:

$$i_x = \frac{v_1 - v_2}{R}. \quad (4)$$

dacă se observă că expresia de la numărător corespunde tensiunii echivalente a două surse legate în serie, mai departe se reduce la aplicarea legii lui Ohm. De asemenea, ecuații de forma de mai sus pot fi rezolvate calculând expresia de la numărător pe baza legii tensiunii a lui Kirchhoff (pct.2) sau aplicând metoda suprapunerii efectelor (pct.6)

Legea lui Ohm servește nu numai la calculul numeric a unei mărimi în funcție de celelalte două, (1), ci și la o analiză intuitivă a circuitului. De exemplu, dacă presupunem că este necesar să

se estimeze efectul creșterii rezistenței R_4 asupra curenților din circuit, atunci raționamentul este:

- crescând R_4 , va crește rezistența grupului paralel $R_2 \parallel (R_3 + R_4)$, implicit și rezistența totală, $R = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)$, deci curenții I_4 și I vor scădea;
- scăzând I , va scădea căderea de tensiune pe R_1 și va crește pe grupul paralel $R_2 \parallel (R_3 + R_4)$, deci va crește curentul I_2 .

2. LEGEA TENSIUNII A LUI KIRCHHOFF

Legea tensiunii a lui Kirchhoff stipulează faptul că pe o buclă (ochi) de circuit închis suma tensiunilor surselor este egală cu suma căderilor de tensiune pe componentele pasive, adică tensiunea netă este egală cu zero. Aplicând această lege circuitului din Fig.2, se obțin expresiile:

$$V_1 - V_2 + V_3 = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} \quad \text{sau} \quad V_1 - V_{R_1} - V_{R_2} - V_2 - V_{R_3} + V_3 = 0. \quad (5)$$

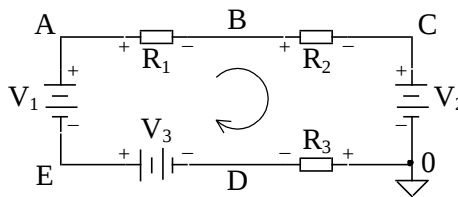


Fig.2. Aplicarea legii tensiunii a lui Kirchhoff.

O aplicație uzuală a legii tensiunii a lui Kirchhoff este determinarea tensiunii într-un anumit punct, în raport cu tensiunea unui punct de referință, de regulă masa electrică. În analiza circuitelor electronice apare frecvent situația în care punctul de referință este altul decât cel de masă. De exemplu, tensiunea din punctul A în raport cu masa și cu punctul C are expresiile:

$$V_{A0} = V_2 + V_{R_2} + V_{R_1}; \quad V_{AC} = V_A - V_2 = V_{R_2} + V_{R_1}. \quad (6)$$

3. LEGEA CURENTULUI A LUI KIRCHHOFF

Legea curentului a lui Kirchhoff stipulează faptul că suma curenților care intră într-un punct este egală cu suma curenților care ies din acel punct, adică valoarea netă a curentului într-un punct este zero. Aplicând această lege circuitului din Fig.3, în punctul A, se obțin următoarele expresii:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{sau} \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (I.7)$$

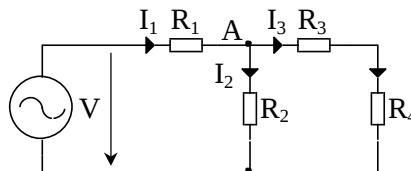


Fig.3. Aplicarea legii curentului a lui Kirchhoff.

În afară de determinări cantitative, legea curentului a lui Kirchhoff servește și la efectuarea unei analize intuitive a circuitului. La limită, se poate depista dacă o rezistență este întreruptă sau este în scurtcircuit. De exemplu, dacă rezistența R_2 este întreruptă ($R_2 = \infty$), $I_2 = 0$ și $I_1 \downarrow$, $I_3 \uparrow$ și $I_1 = I_3$, iar dacă R_2 este scurtcircuit ($R_2 = 0$), $I_3 = 0$, $I_1 \uparrow$, $I_2 \uparrow$ și $I_1 = I_2$.

4. REGULA DIVIZORULUI DE TENSIUNE

Regula divizorului de tensiune servește pentru calculul tensiunii de ieșire în gol. Aplicând legea lui Ohm circuitului din Fig.4, rezultă:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2}; \quad V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V; \quad V_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V; \quad (8)$$

unde s-a considerat că tensiunea de ieșire poate fi atât V_1 cât și V_2 .

Din (8) se observă că raportul de divizare reprezintă raportul dintre rezistențe laturii alăturate tensiunii de ieșire și suma rezistențelor de pe circuit.

Condiția de gol la ieșirea divizorului se asigură utilizând ca sarcină un circuit cu impedanță de intrare suficient de mare pentru a putea fi neglijată. Altfel, pentru ca raportul de divizare să nu fie afectat, în (8) trebuie considerată rezistența de sarcină în paralel cu rezistența ramurii de ieșire.

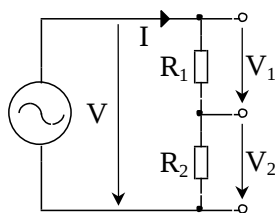


Fig.4. Aplicarea regulii divizorului de tensiune.

De obicei, divizoarele de tensiune sunt conectate cu un capăt la masă, adică divid o singură tensiune de intrare în raport cu masa. În cazul circuitelor electronice apar situații în care divizorul este flotant, ambele capete aflându-se la tensiuni diferite de zero, astfel încât este divizată diferența a două tensiuni, conform Fig.5. În acest caz, considerând $V_1 > V_2$, relațiile (8) capătă forma:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_1 + R_2}; \quad V_{10} = IR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (V_1 - V_2); \quad V_{20} = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (V_1 - V_2). \quad (9)$$

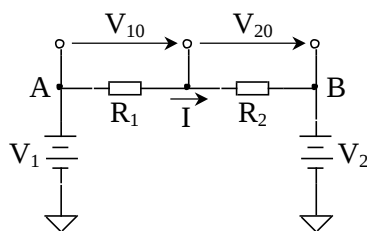


Fig.5. Divizor de tensiune flotant.

Analizând (8) și (9) se observă că raportul de divizare rămâne neschimbat, având aceeași expresie în ambele cazuri. Ceea ce se schimbă este expresia căderii de tensiune pe divizor, care în cazul divizorului flotant nu se mai calculează în funcție de potențialul masei, ci în funcție de tensiunea din punctul B (conform pct.2), cu relații de forma (6).

5. REGULA DIVIZORULUI DE CURENT

Regula divizorului de curent servește pentru calculul curentului prin oricare din cele două ramuri ale circuitului. Aplicând în Fig.6 legea lui Kirchhoff și legea lui Ohm, se obține sistemul:

$$I = I_1 + I_2; \quad V = I_1 R_1 = I_2 R_2; \quad (10)$$

a cărui rezolvare conduce la rezultatul:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I; \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I. \quad (11)$$

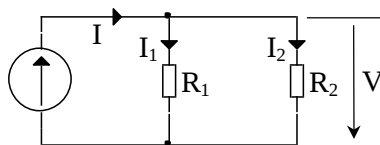


Fig.6. Aplicarea regulii divizorului de curent.

Din (11) se observă că, spre deosebire de cazul divizorului de tensiune, (8), raportul de divizare reprezintă raportul dintre rezistențe laturii opuse celeia prin care circulă curentul de interes și suma rezistențelor de pe circuit.

6. TEOREMA LUI THEVENIN

Teorema lui Thevenin permite conversia unui circuit complex într-un circuit echivalent mai simplu, constituit dintr-o sursă de tensiune și o rezistență serie, numite *tensiune Thevenin* și *rezistență Thevenin*. Pentru obținerea circuitului echivalent Thevenin se parcurg următorii pași:

1. Stabilirea punctului de simplificare (de aplicare a teoremei lui Thevenin).
2. Deschiderea circuitului în punctul de simplificare și **calculul în condiții de gol a tensiunii Thevenin** corespunzătoare.
3. Pasivizarea circuitului, adică punerea surselor de tensiune în scurtcircuit și a surselor de curent în gol (păstrând în circuit rezistențele lor interne când este cazul) și **calculul rezistenței echivalente Thevenin**.
4. Înlocuirea circuitului inițial cu circuitul echivalent Thevenin.

Pentru exemplificare se consideră un divizor de tensiune cu sarcină la ieșire (Fig.7). Considerând ca punct de simplificare ieșirea circuitului, din Fig.7.b se poate calcula tensiunea echivalentă Thevenin în punctul de simplificare, aplicând regula divizorului de tensiune (pct.4):

$$V_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V. \quad (12)$$

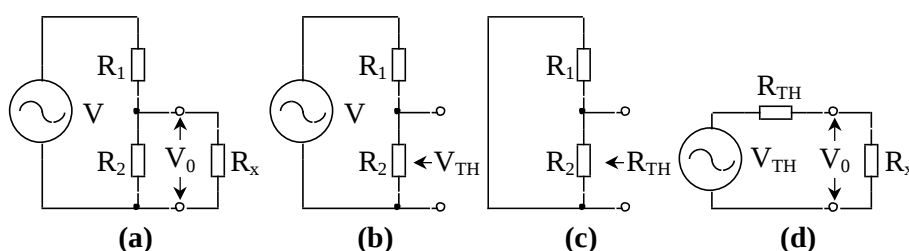


Fig.7. Aplicarea teoremei Thevenin:

(a) – circuit inițial; (b) – circuit deschis pentru calcul V_{TH} ; (c) – circuit pasivizat pentru calcul R_{TH} ; (d) – circuit echivalent Thevenin.

Apoi, pasivizând circuitul (Fig.7.c), se calculează rezistența Thevenin:

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (13)$$

În fine, circuitul echivalent Thevenin rezultă cu structura din Fig.7.d, unde R_{TH} și V_{TH} au

valorile și semnificațiile conform (12) și (13).

7. TEOREMA LUI NORTON

Teorema lui Norton este similară cu teorema lui Thevenin, adică permite de asemenea conversia unui circuit complex într-un circuit echivalent mai simplu, care de data aceasta este constituit dintr-o sursă de curent și o rezistență paralel, numite *curent Norton* și *rezistență Norton*. Pentru obținerea circuitului echivalent Norton se parcurg următorii pași:

1. Stabilirea punctului de simplificare (de aplicare a teoremei lui Norton).
2. Deschiderea circuitului în punctul de simplificare și **calculul în condiții de scurtcircuit a curentului Norton** corespunzător.
3. Pasivizarea circuitului, adică punerea surselor de tensiune în scurtcircuit și a surselor de curent în gol (păstrând în circuit numai rezistențele lor interne când este cazul) și **calculul rezistenței echivalente Norton**.
4. Înlocuirea circuitului inițial cu circuitul echivalent Norton.

Pentru exemplificare, se consideră un divizor de tensiune cu rezistență de sarcină la ieșire (Fig.8). Considerând ca punct de simplificare ieșirea circuitului, din Fig.8.b se poate calcula curentul echivalent Norton în punctul de simplificare, în condiții de scurtcircuit, conform relației:

$$I_N = \frac{V}{R_1} \quad (14)$$

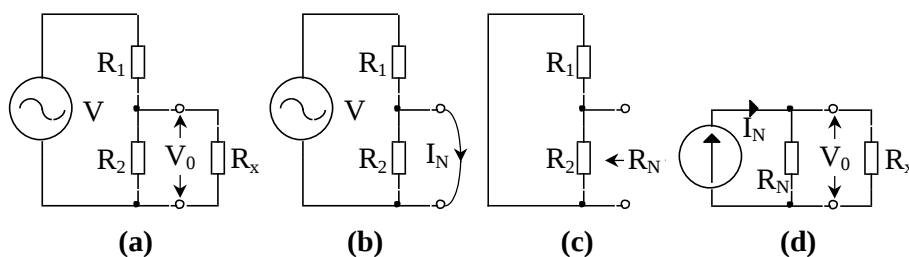


Fig.8. Aplicarea teoremei Norton:

(a) – circuit inițial; (b) – circuit deschis, pus în scurtcircuit pentru calcul I_N ;
(c) – circuit pasivizat pentru calcul R_N ; (d) – circuit echivalent Norton.

Apoi, pasivizând circuitul (Fig.8.c), se calculează rezistența Norton:

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (15)$$

În fine, circuitul echivalent Norton are structura din Fig.8.d, unde R_N și I_N au valorile și semnificațiile conform (14) și (15).

Teoremele lui Thevenin și Norton sunt echivalente. Circuitul pasivizat având aceeași structură (Fig.7.c și Fig.8.c) rezistențele echivalente rezultă egale, (13) și (15). Tensiunea Thevenin se calculează la gol iar curentul Norton în scurtcircuit. Echivalența dintre schemele echivalente Thevenin și Norton, dintre generatoarele de tensiune și de curent, este descrisă de relațiile:

$$\begin{cases} R_N = R_{TH} \\ I_N = V_{TH}/R_{TH} \end{cases} \quad \text{respectiv} \quad \begin{cases} R_{TH} = R_N \\ V_{TH} = I_N R_N \end{cases} \quad (16)$$

8. TEOREMA SUPERPOZIȚIEI

Teorema superpoziției se aplică numai în cazul circuitelor liniare, cu condiția să conțină numai surse de semnal independente. Conform acestei teoreme, efectul simultan al mai multor surse de semnal poate fi determinat ca sumă algebrică a efectelor fiecărei surse determinate individual.

De exemplu, se consideră circuitul din Fig.9.a și se pune problema determinării curentului I_2 . Aplicând teorema superpoziției dispar o parte din ecuații și astfel calculele se simplifică, comparativ cu aplicarea legilor lui Kirchhoff. Efectele individuale ale celor două surse de semnal, V_1 și V_2 , se pot calcula pe baza schemelor din Fig.9.b și Fig.9.c, în care s-a păstrat activă numai sursa de semnal de interes, celelalte pasivizându-se. Astfel, efectul sursei V_1 , reprezentat de curentul I_{21} , se poate calcula din Fig.9.b, cu relația:

$$I_{21} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{V_1}{R_1 + R_2 \parallel R_3}, \quad (17)$$

unde s-a utilizat regula divizorului de curent (pct.5). În mod analog, efectul sursei V_2 , reprezentat de curentul I_{22} , se poate calcula din Fig.9.c, cu relația:

$$I_{22} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{V_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2}, \quad (18)$$

Având în vedere că rezultatul final este suma algebrică a celor două rezultate individuale, se obține pentru acesta din urmă următoarea expresie:

$$I_2 = I_{21} + I_{22} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \frac{V_1}{R_1 + R_2 \parallel R_3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{V_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2}. \quad (19)$$

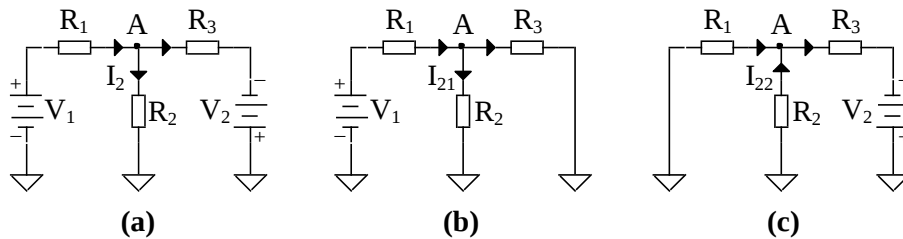


Fig.9. Aplicarea teoremei superpoziției:

- (a) – circuitul inițial; (b) – circuit parțial pasivizat pentru calculul efectului sursei V_1 ;
(c) – circuit parțial pasivizat pentru calculul efectului sursei V_2 .**

Observație:

Teoremele, legile și regulile de calcul prezentate mai sus, sunt aplicabile la analiza circuitelor electronice atât în curent continuu, cât și în curent alternativ, cu mențiunea că în curent alternativ mărimile trebuie exprimate în complex.