

UNITĂȚI RELATIVE

Introducere

În studiul sistemelor electroenergetice apar situații în care exprimarea parametrilor sistemului și a mărimilor de stare în unități absolute – cum ar fi Ω , S, kV sau MVA – nu mai este avantajoasă. Un asemenea exemplu este cazul analizei unui sistem electroenergetic cu mai multe nivele de tensiune, pentru care compararea impedențelor laturilor, a circulațiilor de curenți pe laturi sau a tensiunilor în noduri nu este posibilă în mod direct. În asemenea situații este convenabilă folosirea **sistemului de unități relative**, care descrie în principiu **normalizarea** mărimilor menționate. Pe această cale, datele sunt aduse la o formă comună, care permite comparația simplă a acestora. De regulă, normalizarea se face prin raportare la o mărime de referință, numită frecvent **mărime de bază**.

Principalele avantaje pe care le aduce utilizarea unităților relative sunt următoarele:

- Simplificarea analizei sistemului și a unor modele matematice utilizate în acest scop. De exemplu, când se utilizează unitățile relative factorul $\sqrt{3}$ - care asigură trecerea între mărimile de linie și cele de fază – dispare.
- Posibilitatea comparării parametrilor unor echipamente și a mărimilor de stare. De exemplu, impedențele generatoarelor sincrone sau ale transformatoarelor variază de la o unitate la alta și de la o soluție constructivă la alta și sunt dificil de comparat când sunt exprimate în unități absolute.
- Eliminarea din schemele echivalente a transformatoarelor ideale și posibilitatea construirii unor scheme echivalente care să conțină numai impedențe sau admitanțe.

Definiție și proprietăți

Prin definiție, o mărime exprimată în unități relative – notate prescurtat **u.r.** – reprezintă raportul dintre valoarea efectivă a aceleiași mărimi și valoarea de bază, ambele exprimate în unități absolute:

$$\text{Valoare}_{\text{u.r.}} = \frac{\text{Valoare}_{\text{efectiva}}}{\text{Valoare}_{\text{de baza}}} \quad [\text{u.r.}]$$

Uneori se preferă înlocuirea unităților relative cu procente, folosind ca factor de transformare valoarea 100. De exemplu:

$$x = 0.15 \text{ u.r.} \quad \text{este echivalent cu} \quad x = 15 \%$$

Din punctul de vedere al notațiilor, în unele manuale și articole pentru o mărime exprimată în u.r. se folosește simbolul „* ”. Totuși, utilizarea acestui simbol – în special în cazul analizei regimurilor permanente ale sistemelor electroenergetice, care folosesc pe scară largă calculul în numere complexe – poate crea dificultăți de interpretare, prin confundarea cu simbolul „conjugării” unui număr complex. Ca urmare, în continuare, pentru individualizarea mărimilor exprimate în u.r. se va folosi indicele „u.r.”. De exemplu, pentru tensiunea complexă a unui nod, exprimată în unități relative, se poate utiliza notația $\underline{U}_{\text{u.r.}}$.

În general, în cazul unui sistem electric, exceptând defazajele mărimilor complexe, există patru mărimi electrice între care se stabilesc relații independente, și anume tensiunea (\underline{U}), curentul (\underline{I}), puterea aparentă (\underline{S}) și impedența (\underline{Z}):

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \text{ respectiv } \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

Ca urmare, pentru explicitarea tuturor mărimilor ce caracterizează un sistem electroenergetic este suficient și necesar să se aleagă valori de bază doar pentru două dintre aceste mărimi, restul valorilor rezultând din calcul. În ceea ce privește defazajele asociate

argumentelor numerelor complexe ce descriu mărimile de mai sus, acestea sunt valori adimensionale și ca urmare raportarea lor nu este necesară.

Mărimile de bază se aleg întotdeauna numere reale și, de regulă, se folosesc în acest scop tensiunea și puterea aparentă, notate U_B , respectiv S_B . Curentul și impedanța / admitanța de bază rezultă de forma:

$$I_B = \frac{S_B}{U_B} \text{ respectiv } Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} \quad \text{sau} \quad Y_B = \frac{S_B}{U_B^2} = \frac{1}{Z_B}$$

Într-un sistem electroenergetic puterea de bază are întotdeauna o valoare unică, în timp ce pentru tensiunea de bază se indică mai multe valori, în funcție de numărul de nivele de tensiune folosite. În general, pentru puterea de bază se alege o valoare egală cu un multiplu de 10. Pentru tensiune, valorile de bază se aleg urmărindu-se respectarea rapoartelor de transformare ale transformatoarelor sau autotransformatoarelor din sistem. Dacă se respectă această convenție, atunci valorile impedanțelor / admitanțelor în u.r., calculate prin raportare la cele două sau trei tensiuni nominale vor fi egale. Această proprietate va fi ilustrată în contextul utilizării u.r. pentru reprezentarea transformatoarelor.

Alte câteva proprietăți remarcabile ale sistemului de unități relative sunt următoarele:

(a) Legea lui Ohm își păstrează forma atunci când este exprimată în u.r. Astfel, dacă se pleacă de la expresiile în unități fizice care folosesc mărimile efective și cele de bază:

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \text{respectiv} \quad U_B = Z_B \cdot I_B$$

prin raportare se obține forma legii lui Ohm în u.r.:

$$\underline{U}_{u.r.} = \underline{Z}_{u.r.} \cdot \underline{I}_{u.r.}$$

(b) Legătura între mărimile de bază trifazate – notate cu indice superior „3f” pentru putere, „f-f” pentru tensiune – și cele monofazate – fără indice – este exprimată de relațiile:

$$S_B^{3f} = 3 \cdot S_B \quad \text{respectiv} \quad U_B^{f-f} = \sqrt{3} \cdot U_B$$

(c) Curentul și impedanța de bază sunt aceleași indiferent dacă la calculul lor se folosesc mărimile trifazate sau cele monofazate:

$$I_B = \frac{S_B^{3f}}{\sqrt{3} \cdot U_B^{f-f}} = \frac{3 \cdot S_B}{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} \cdot U_B)} = \frac{S_B}{U_B} = I_B$$

$$Z_B = \frac{(U_B^{f-f})^2}{S_B^{3f}} = \frac{(\sqrt{3} \cdot U_B)^2}{3 \cdot S_B} = \frac{U_B^2}{S_B} = Z_B$$

(d) Valorile relative ale mărimilor trifazate și monofazate sunt egale între ele:

$$\underline{S}_{u.r.}^{3f} = \frac{S_B^{3f}}{S_B} = \frac{3 \cdot S_B}{3 \cdot S_B} = \underline{S}_{u.r.} \quad \text{respectiv} \quad \underline{U}_{u.r.}^{f-f} = \frac{U_B^{f-f}}{U_B} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_B}{\sqrt{3} \cdot U_B} = \underline{U}_{u.r.}$$

Schimbarea bazei

Deoarece în cadrul unui sistem electroenergetic sau al unui subsistem al acestuia nu toate echipamentele și instalațiile au aceleași date de catalog pentru mărimile de bază – tensiune și putere aparentă – sau există zone în care pentru aceste mărimi s-au ales valori distincte, este necesar ca la trecerea de la un echipament la altul sau de la o zonă la alta impedanțele / admitanțele să fie recalculat. Deoarece mărimea în unități fizice este aceeași în ambele cazuri, se poate scrie:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{u.r.}^{vechi} \cdot \underline{Z}_B^{vechi} = \underline{Z}_{u.r.}^{nou} \cdot \underline{Z}_B^{nou} \quad \text{respectiv} \quad \underline{Y} = \underline{Y}_{u.r.}^{vechi} \cdot \underline{Y}_B^{vechi} = \underline{Y}_{u.r.}^{nou} \cdot \underline{Y}_B^{nou}$$

de unde rezultă:

$$\underline{Z}_{u.r.}^{nou} = \underline{Z}_{u.r.}^{vechi} \cdot \frac{\underline{Z}_B^{vechi}}{\underline{Z}_B^{nou}} \quad \text{respectiv} \quad \underline{Y}_{u.r.}^{nou} = \underline{Y}_{u.r.}^{vechi} \cdot \frac{\underline{Y}_B^{vechi}}{\underline{Y}_B^{nou}}$$

sau folosind tensiunile și puterile de bază:

$$\underline{Z}_{u.r.}^{nou} = \underline{Z}_{u.r.}^{vechi} \cdot \frac{(\underline{U}_B^{vechi})^2}{(\underline{U}_B^{nou})^2} \cdot \frac{\underline{S}_B^{nou}}{\underline{S}_B^{vechi}} \quad \text{respectiv} \quad \underline{Y}_{u.r.}^{nou} = \underline{Y}_{u.r.}^{vechi} \cdot \frac{(\underline{U}_B^{nou})^2}{(\underline{U}_B^{vechi})^2} \cdot \frac{\underline{S}_B^{vechi}}{\underline{S}_B^{nou}}$$

Modelarea transformatoarelor în unități relative

Principalele avantaje ale utilizării unităților relative se regăsesc tocmai în cazul tratării transformatoarelor și autotransformatoarelor și includerii acestora în schemele echivalente ale sistemului analizat.

În continuare se va considera cazul unui transformator cu două înfășurări, însă rezultatele pot fi extinse și pentru autotransformatoare și transformatoare cu trei înfășurări.

În ipoteza în care transformatorul ar fi considerat izolat de sistem, parametrii acestuia se raportează la mărimile de bază nominale descrise de puterea nominală S_n și una din tensiunile nominale ale înfășurărilor de înaltă (U_n^{IT}) sau joasă (U_n^{JT}) tensiune:

$$S_B = S_n \quad U_{B1} = U_n^{IT} \quad \text{sau} \quad U_{B2} = U_n^{JT}$$

În funcție de tensiunea nominală la care se face raportarea, rezultă impedența și admitanța de bază:

$$\begin{aligned} Z_{B1} &= \frac{U_{B1}^2}{S_{B1}} \quad \text{respectiv} \quad Y_{B1} = \frac{S_{B1}}{U_{B1}^2} \\ Z_{B2} &= \frac{U_{B2}^2}{S_{B2}} \quad \text{respectiv} \quad Y_{B2} = \frac{S_{B2}}{U_{B2}^2} \end{aligned}$$

În aceste condiții, parametrii transformatorului exprimați în u.r., pentru cele două variante de raportare, vor fi:

$$\begin{aligned} R_{u.r.} &= \frac{R^{IT}}{Z_{B1}} = \frac{\Delta P_{sc} \cdot (U_n^{IT})^2}{S_n^2} \cdot \frac{S_n}{(U_n^{IT})^2} = \frac{\Delta P_{sc} \cdot (U_n^{JT})^2}{S_n^2} \cdot \frac{S_n}{(U_n^{JT})^2} = \frac{R^{JT}}{Z_{B2}} = \frac{\Delta P_{sc}}{S_n} \\ X_{u.r.} &= \frac{X^{IT}}{Z_{B1}} = \frac{u_{sc} \cdot (U_n^{IT})^2}{100 \cdot S_n} \cdot \frac{S_n}{(U_n^{IT})^2} = \frac{u_{sc} \cdot (U_n^{JT})^2}{100 \cdot S_n} \cdot \frac{S_n}{(U_n^{JT})^2} = \frac{X^{JT}}{Z_{B2}} = \frac{u_{sc}}{100} \\ G_{u.r.} &= \frac{G^{IT}}{Y_{B1}} = \frac{\Delta P_{Fe}}{(U_n^{IT})^2} \cdot \frac{(U_n^{IT})^2}{S_n} = \frac{\Delta P_{Fe}}{(U_n^{JT})^2} \cdot \frac{(U_n^{JT})^2}{S_n} = \frac{G^{JT}}{Y_{B2}} = \frac{\Delta P_{Fe}}{S_n} \\ B_{u.r.} &= \frac{B^{IT}}{Y_{B1}} = \frac{i_0 \cdot S_n}{100 \cdot (U_n^{IT})^2} \cdot \frac{(U_n^{IT})^2}{S_n} = \frac{i_0 \cdot S_n}{100 \cdot (U_n^{JT})^2} \cdot \frac{(U_n^{JT})^2}{S_n} = \frac{B^{JT}}{Y_{B2}} = \frac{i_0}{100} \end{aligned}$$

Aceste relații evidențiază independența expresiilor parametrilor transformatorului în u.r. de tensiunea de raportare, astfel încât valorile acestor parametri rămân neschimbate când raportarea se face la o înfășurare sau alta. Această proprietate este îndeplinită întotdeauna când tensiunile de bază se aleg egale cu tensiunile nominale ale înfășurărilor transformatorului, adică:

$$\frac{U_{B2}}{U_{B1}} = \frac{U_n^{JT}}{U_n^{IT}} = N$$

De regulă, pentru a ține seama și de reglajul de tensiune, parametrii transformatorului se raportează la tensiunea nominală a înfășurării de JT (înfășurarea nereglată), astfel încât în schema echivalentă partea de pierderi $Z_T - Y_T$ se raportează la U_n^{JT} și se înseriează cu un transformator ideal cu raportul de transformare $N = U_n^{JT} / U_n^{IT}$ (Fig. 1.a).

În acest caz, prin trecerea la unități relative, pentru tensiunile la bornele transformatorului ideal se poate scrie:

$$U_{1 \text{ u.r.}} = \frac{U_1}{U_n^{IT}}$$

$$U'_{1 \text{ u.r.}} = \frac{U'_1}{U_n^{JT}} = \frac{N \cdot U_1}{N \cdot U_n^{IT}} = \frac{U_1}{U_n^{IT}} = U_{1 \text{ u.r.}}$$

Cu alte cuvinte, dacă schema echivalentă se exprimă în unități relative, tensiunile la bornele primare și secundare ale transformatorului ideal sunt identice, adică transformatorul ideal poate fi eliminat din schema echivalentă (Fig. 1.b).

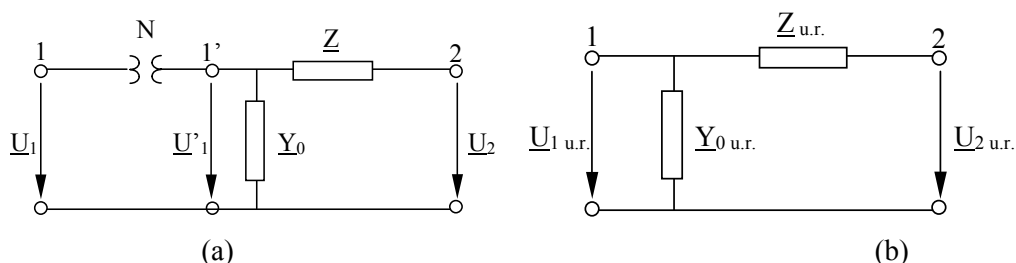


Fig. 1 – Schemele echivalente ale transformatorului cu două înfășurări în unități absolute (a) și relative (b).

În cazul în care la calculul raportului de transformare se folosește numărul spirelor celor două înfășurări ($N = N_{JT} / N_{IT}$), la alegerea tensiunilor de bază ale transformatorului trebuie să se țină seama și de conexiunile înfășurărilor de IT și JT, după cum se indică în Tabelul 1.

Tabelul 1 – Influența conexiunilor înfășurărilor transformatorului cu două înfășurări asupra alegerii tensiunilor de bază.

| Conexiuni | | Raportul tensiunilor de bază U_{B2} / U_{B1} |
|---------------|---------------|--|
| Înfășurare JT | Înfășurare IT | |
| Y | Y | N |
| Δ | Δ | |
| Δ | Y | $N / \sqrt{3}$ |
| Y | Δ | $N * \sqrt{3}$ |

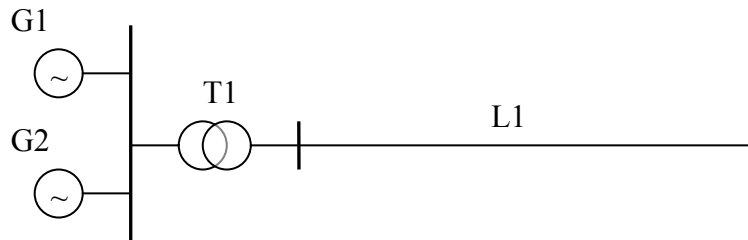
Reguli pentru calculul în unități relative

Pentru modelarea simplă și corectă a sistemului analizat se recomandă respectarea următoarelor succesiuni de pași:

- (a) Reprezentarea schemei monofilare a sistemului.
- (b) Alegerea unei puteri aparente de bază comună pentru întregul sistem (se recomandă o valoare egală cu un multiplu de 10 MVA).
- (c) Pe schema monofilară se notează rapoartele nominale de transformare ale (auto)transformatoarelor.
- (d) Individualizarea zonelor distincte ale sistemului, separate prin (auto)transformatoare.
- (e) Alegerea tensiunii de bază într-una din zonele sistemului (se recomandă valoarea tensiunii nominale din zona respectivă).
- (f) Se consideră succesiv celelalte zone ale sistemului, pentru care se determină tensiunile de bază, pornind de la tensiunea de bază aleasă la pasul anterior și rapoartele nominale de transformare ale transformatoarelor ce separă zonele.
- (g) Calculul impedanței și curentului de bază pentru fiecare zonă din sistem.
- (h) Exprimarea în u.r. a impedanțelor / admitanțelor, injecțiilor de putere și / sau curent și tensiunilor în noduri pentru fiecare zonă din sistem.
- (i) Reprezentarea schemei echivalente monofazate în u.r. și eliminarea transformatoarelor, care se înlocuiesc prin conexiuni galvanice.
- (j) Efectuarea calculelor și, dacă este cazul, transformarea rezultatelor din u.r. în unități fizice.

Problema 1

Să se calculeze în unități relative parametrii liniei electrice din figura de mai jos :



Se dau :

Parametrii generatoarelor :

| | U_{nom} | X | S_n [MVA] |
|----|-----------|-----|-------------|
| G1 | ? | 10% | 10 |
| G2 | ? | 8% | 5 |

Parametrii transformatorului

| | U_{nom}^I / U_{nom}^J [kV] | X | S_n [MVA] |
|----|------------------------------|----|-------------|
| T1 | ? / 231 | 6% | 15 |

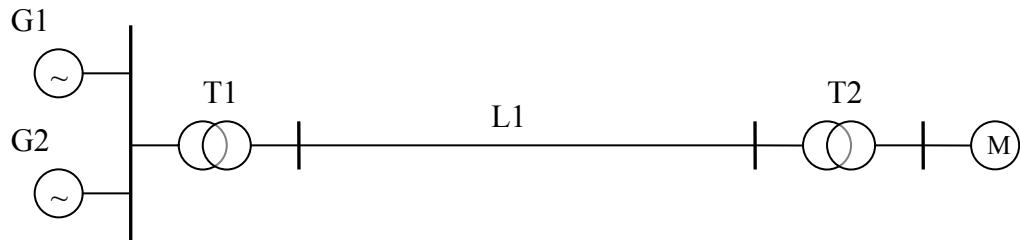
Parametrii liniei :

| | R [ohm] | X [ohm] |
|----|---------|---------|
| L1 | 4 | 60 |

Se consideră $S_b = 15$ MVA

Problema 2

Să se calculeze în unități relative parametrii liniei electrice din figura de mai jos :



Se dau :

Parametrii generatoarelor :

| | U_{nom} [kV] | X | S_n [kVA] |
|----|----------------|-----|-------------|
| G1 | 2.5 | 20% | 10 |
| G2 | 2.5 | 30% | 20 |

Parametrii transformatoarelor

| | U_{nom}^I / U_{nom}^J [kV] | X [u.r. nom] | S_n [kVA] |
|----|------------------------------|--------------|-------------|
| T1 | 2.5 / 8 | 10% | 40 |
| T2 | 10 / 5 | 9% | 80 |

Parametrii liniei :

| | R [ohm] | X [ohm] |
|----|---------|---------|
| L1 | 50 | 200 |

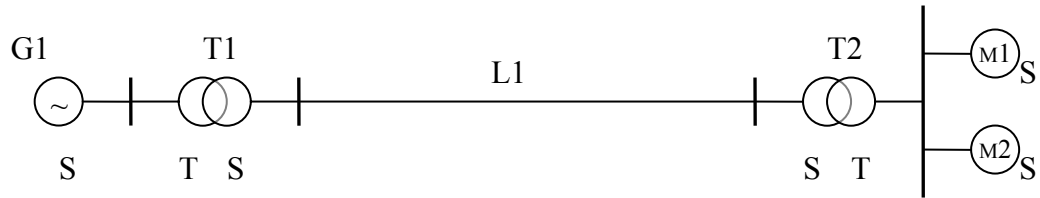
Parametrii motorului :

| | U_{nom} [kV] | X | S_n [kVA] |
|---|----------------|-----|-------------|
| M | 4 | 10% | 25 |

Se consideră $S_b = 50$ kVA

Problema 3

Să se calculeze în unități relative parametrii liniei electrice din figura de mai jos :



Se dau :

Parametrii generatorului :

| | U_{nom} [kV] | X [u.r. nom] | S_n [MVA] |
|----|----------------|--------------|-------------|
| G1 | 13.8 | 15% | 30 |

Parametrii transformatoarelor

| | U_{nom}^I / U_{nom}^J [kV] | X [u.r. nom] | S_n [MVA] |
|-------------------|------------------------------|--------------|-------------|
| T1 | 13.2 / 115 | 15% | 35 |
| T2 (3 monofazate) | 12.5 / 67 | 10% | 10 |

Parametrii liniei :

| | R [ohm] | X [ohm] |
|----|---------|---------|
| L1 | 0 | 80 |

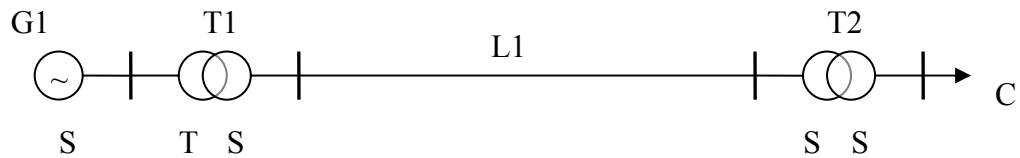
Parametrii motoarelor :

| | U_{nom} [kV] | X | S_n [MVA] |
|----|----------------|-----|-------------|
| M1 | 12.5 | 20% | 20 |
| M2 | 12.5 | 20% | 10 |

Se consideră $S_b = 30$ MVA

Problema 4

Să se calculeze în unități relative parametrii liniei electrice din figura de mai jos :



Se dau :

Parametrii generatorului :

| | U_{nom} [kV] | X [u.r. nom] | S_n [MVA] |
|----|----------------|----------------|-------------|
| G1 | 8.5 | 20% | 15 |

Parametrii transformatoarelor

| | U_{nom}^I / U_{nom}^J [kV] | X [u.r. nom] | S_n [MVA] |
|-------------------|------------------------------|----------------|-------------|
| T1 (3 monofazate) | 10 / 100 | 10% | 6.667 |
| T2 (3 monofazate) | 10 / 100 | 10% | 6.667 |

Parametrii liniei :

| | R [ohm] | X [ohm] |
|----|-----------|-----------|
| L1 | 0 | 70 |

Parametrii consumatorului :

| | U_{nom} [kV] | $\cos \varphi$ | S_n [MVA] |
|---|----------------|----------------|-------------|
| C | 12.5 | 0.8 | 10 |

Se consideră $S_b = 10$ MVA și se impune $U_b = 12.5$ kV în zona sarcinii (C)