



UNIVERSITATEA TEHNICĂ "GHEORGHE ASACHI" IAȘI
Facultatea de Inginerie Electrica, Energetica si Informatica Aplicata



PRELUCRAREA NUMERICĂ A SEMNALELOR

Titular: prof.dr.ing. Cristian FOȘALĂU

Structura cursului

2C + 1L

Cerinte

Curs

- Bonus pentru prezenta: 0,1 p/curs
- Prelegere in Power Point. Notitele de la curs vor face referire la figurile si relatiile ce se pot descarca de pe pagina web:
www.ee.tuiasi.ro/~tns
- Studentii pot intrerupe prelegerea si adresa oricand intrebari referitoare la subiectul discutat.

Laborator

- Prezenta este obligatorie. Se permite intrarea in examen cu **un singur** laborator lipsa
- Caietul de laborator, se noteaza si reprezinta 30 % din nota de la examen.
- Raspunsurile la laborator se noteaza si reprezinta bonus la nota finala

Examenu

- Scris: teorie + probleme sau doar probleme.

Bibliografie

1. O.Postolache, C.Foșalău, *Tratarea numerică a semnalelor*, Editura "Gh.Asachi" Iași, 2000.
2. Steven W. Smith, *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*, disponibil on-line pe: <http://www.dspguide.com/>
3. A.Oppenheim, R.Schafer, *Digital Signal Processing*, Prentice Hall 1990.
4. M.Ghinea, *Procesarea digitală a semnalelor*, Editura Tritronic, București, 1997.
5. Edmund Lai, *Practical Digital Signal Processing for Engineers and Technicians*, Elsevier, 2003
6. Pagina web National Instruments: www.ni.com

Semnale de măsură

Semnal = o variabila pe suport energetic care contine informatie caracteristica referitoare la un fenomen sau o marime.

Exemple: semnale audio, video, biomedicale, sunete, muzica, radar, semnale de masura.

Semnalul de masura – are drept suport o tensiune (curent) si contine informatii despre marimea de masurat.

- este furnizat de traductorul de masura
- este dependent de timp
- informatia este continuta in: nivel, forma, frecventa, faza

Dupa continuitate, semnalele pot fi:

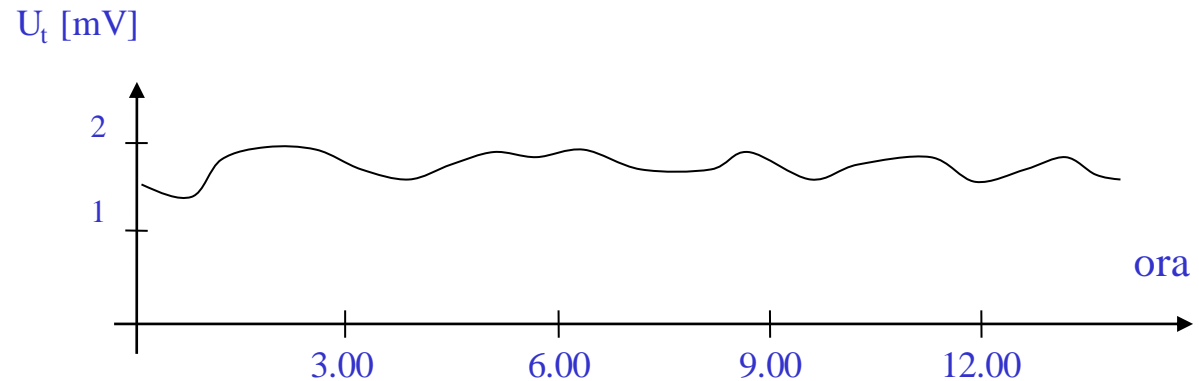
- analogice (functii continui in timp)
- discrete (siruri de numere, ce reprezinta instante ale semnalului continuu la intervale egale de timp)

Semnale analogice si discrete

exemple

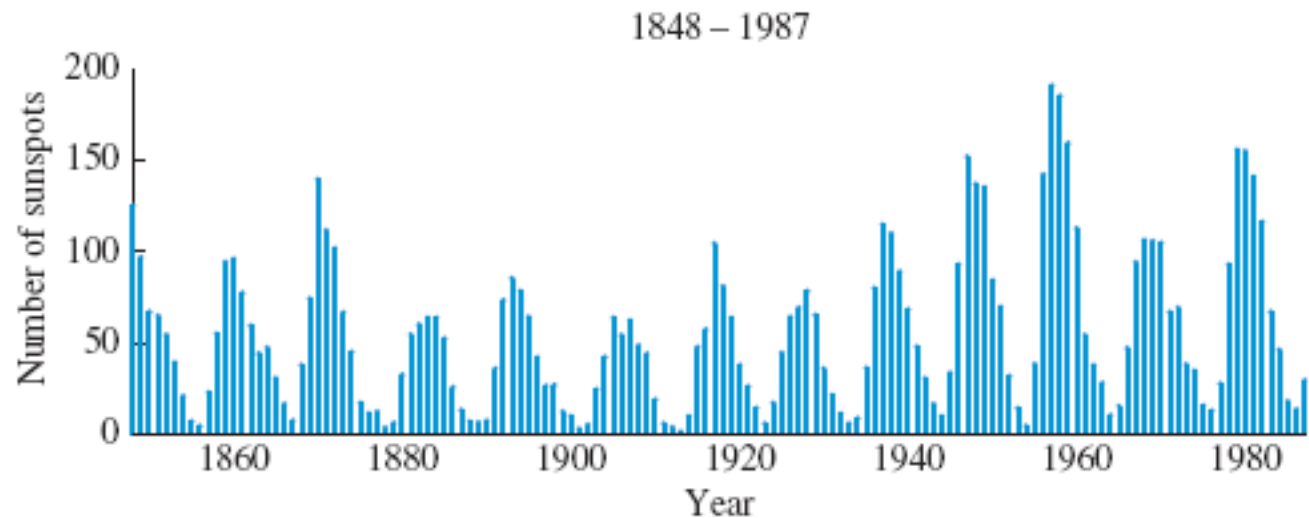
Semnal analogic

Variatia tensiunii de la bornele unui termocuplu



Semnal discret

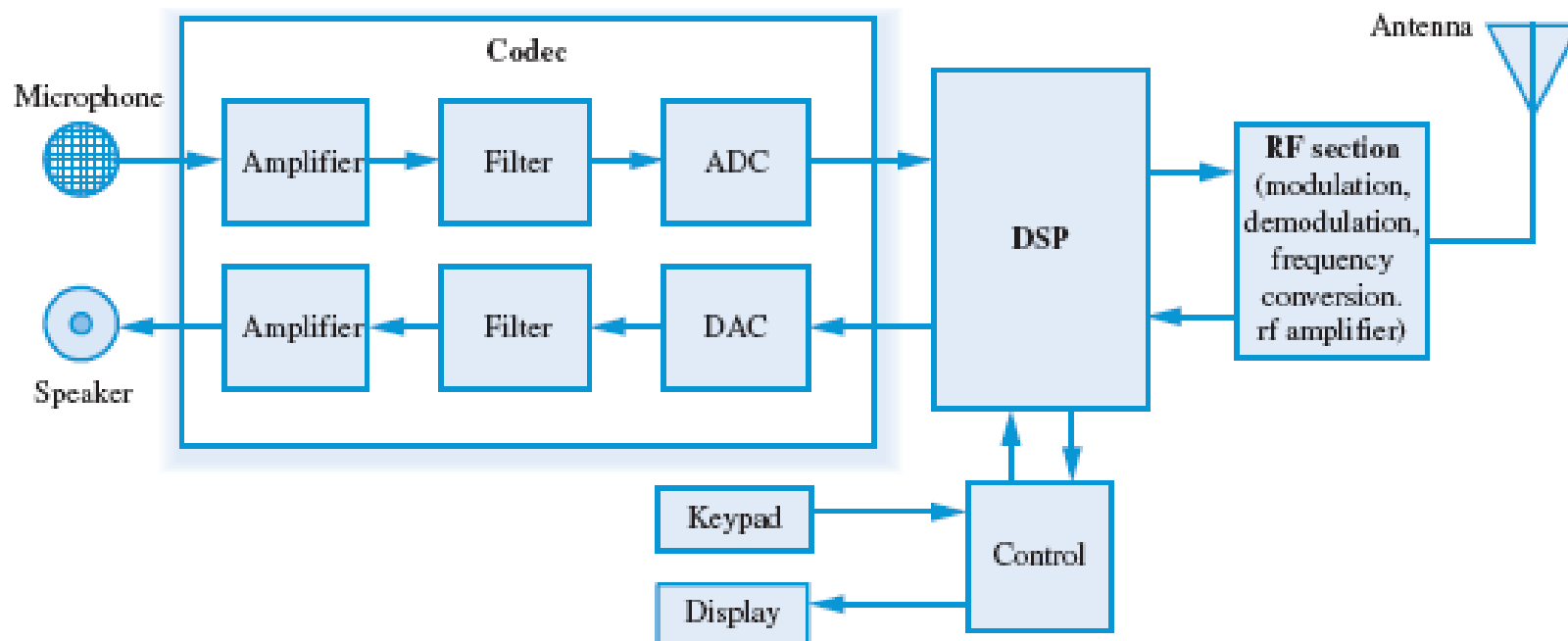
Evolutia numarului petelor solare intr-o perioada de timp



Prelucrarea (procesarea, tratarea) numerica a semnalelor (PNS, TNS) Engleza: Digital Signal Processing (DSP)

- Este procesul prin care un semnal analogic este preluat din mediu, convertit in semnal digital si caruia i se aplica o serie de algoritmi matematici in scopul extragerii informatiei continute in el.
- Se realizeaza cu ajutorul sistemelor numerice de achizitie si prelucrare a datelor (calculator, microcontroler, procesor de semnal).
- Origini: anii '60 – '70, odata cu dezvoltarea tehnicilor digitale.
- PNS in instrumentatia de masura prelucreaza semnalele furnizate de senzori si traductoare in scopul extragerii informatiei de masura.
- PNS presupune in esenta efectuarea unor algoritmi de calcul (relatii matematice). Structurile de calcul pot fi:
 - **Structuri hardware** – efectuate pe structuri logice cablate sau programate
 - **Structuri software** – programe de calculator
- PNS este un domeniu interdisciplinar (de frontiera).

Schema de principiu de prelucrare a semnalelor intr-un telefon mobil

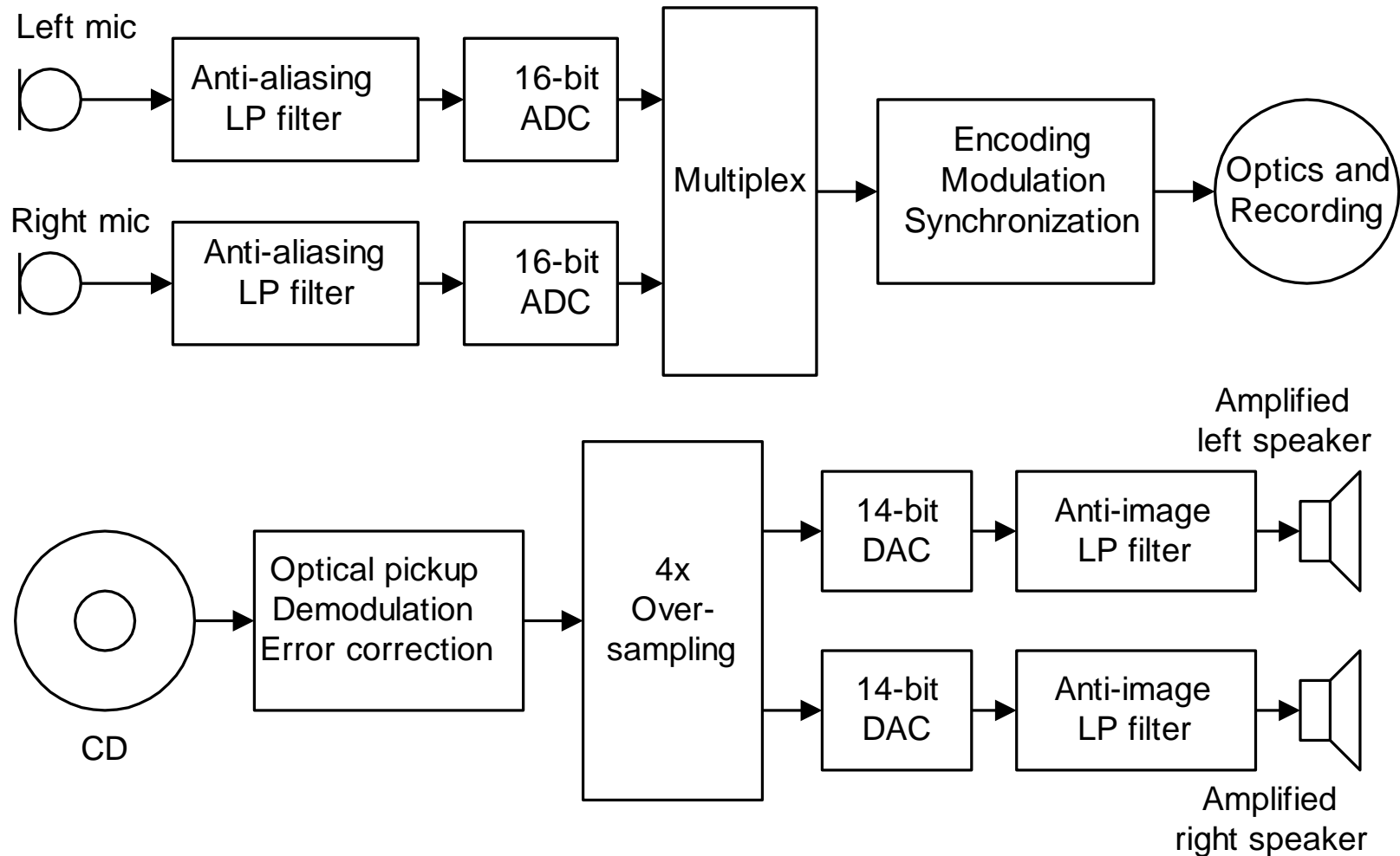


Functii DSP

Comprimarea si decompimarea vorbirii, detectia si corectia erorilor, encriptarea, masurarea calitatii si puterii semnalului, modulare-demodulare, eliminarea diafoniei, managementul consumului.

La acestea se adauga diverse alte functiuni: Internet, jocuri, recunoasterea vorbirii si a scrisului, sinteza de voce, GPS, prelucrari de imagine, etc.

Schema de principiu a unui sistem de inregistrare-redare CD



Prelucrarea numerica a semnalelor

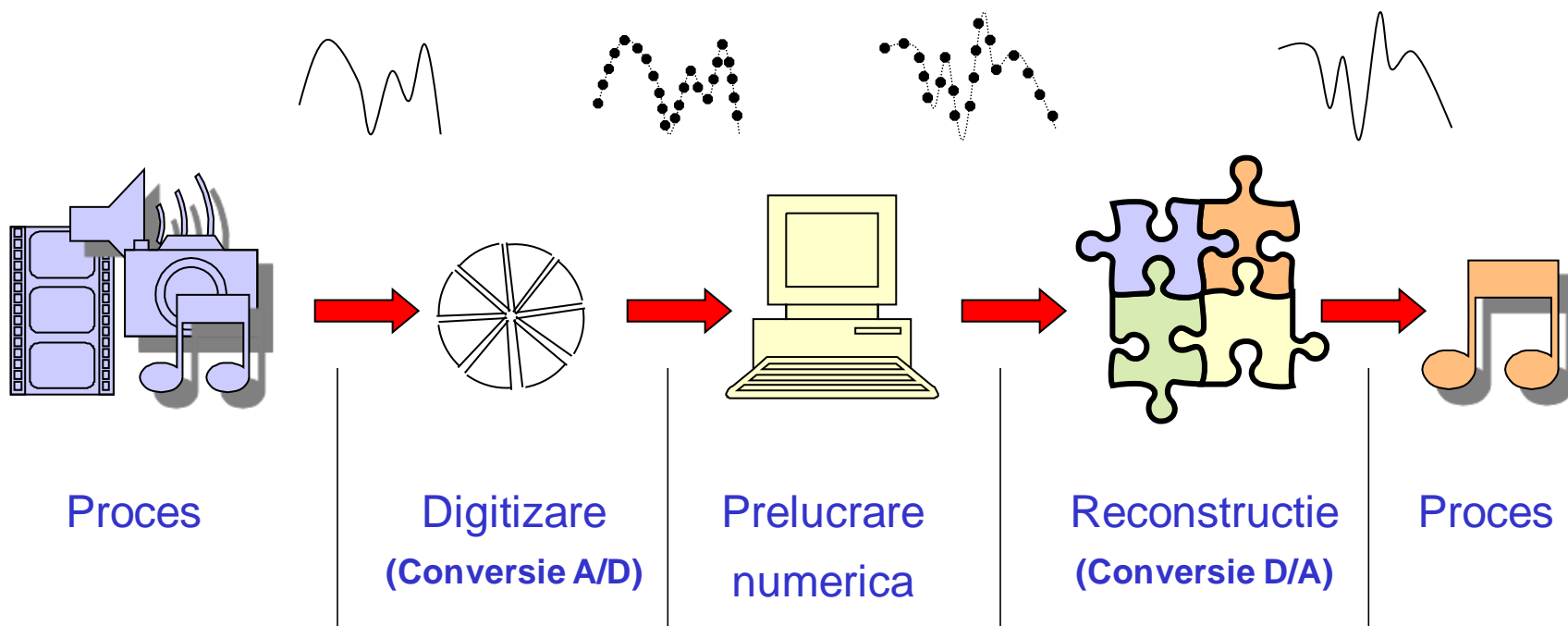


Figura 1.1

Aplicatii ale PNS

Telecomunicatii (telefonie mobila, radio si televiziune digitala, Internet)

- Compresarea vocii si a datelor
- Reducerea ecoului si a zgomotului
- Filtrari
- Multiplexari

Multimedia (aparatura foto si video, dispozitive de inregistrare-redare sunet, mixere, jocuri)

- Procesarea digitala a imaginii (film, fotografie, efecte speciale, etc.)
- Compresare si prelucrare muzica si voce
- Generarea si recunoasterea vorbirii

Aparatura medicala

- Analiza imaginilor de pe ecografe, tomografe
- Diagnoza de pe electrocardiograf, electroencefalograf
- Reducerea zgomotului si perturbatiilor

Aplicatii ale PNS

Aplicatii militare

- Radar
- Sonar
- Comunicatii speciale
- Ghidarea rachetelor

Aplicatii aeronautice si spatiale

- Transmiterea si procesarea imaginii si a sunetului in conditii speciale
- Prelucrarea semnalelor de la senzori inteligenti
- Control parametri de zbor

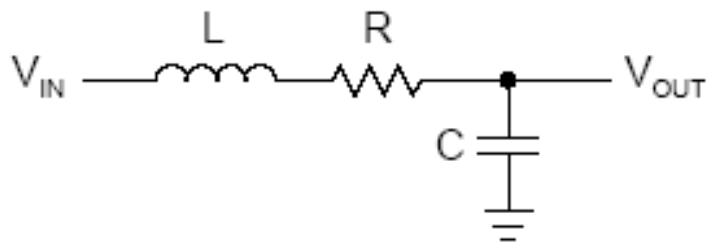
Aplicatii industriale

- Controlul digital al proceselor
- Testare nedistructiva
- Teletransmisii de date prin medii agresive (filtrare, eliminare zgomote)
- Prospectiuni geologice (petrol, minereuri, carbune)

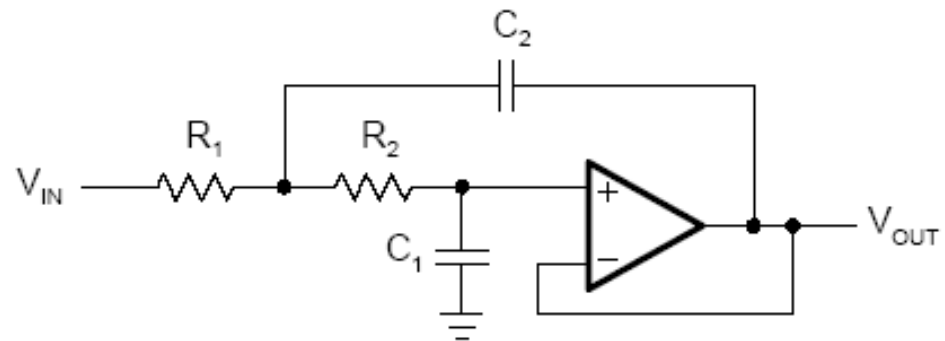
Prelucrare analogica / prelucrare digitala

Prelucrare analogica

- Se lucreaza cu nivele de tensiuni
- Modulele de prelucrare sunt formate din componente electronice
- Se transforma o tensiune intr-o alta tensiune pe baza legilor circuitelor electrice



Filtru pasiv

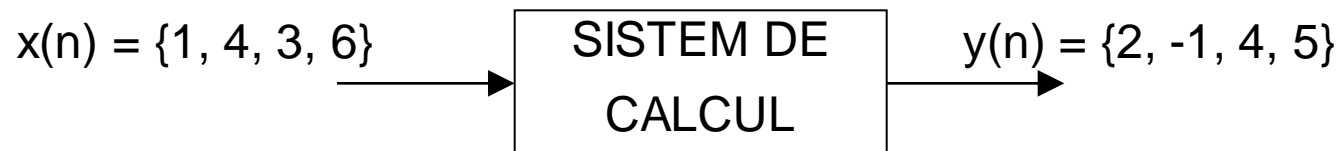


Filtru activ

Prelucrare analogica / prelucrare digitala

Prelucrare digitala

- Se lucreaza cu siruri de numere
- Modulele de prelucrare sunt programe de calculator ce implementeaza algoritmi - relatii matematice
- Se ruleaza pe sisteme de calcul de tip procesor de semnal sau calculator



$$y(n) = 0,25x(n) - 1,74x(n-1) + 0,043y(n-1)$$

Prelucrare analogica / prelucrare digitala

Avantaje

Dezvantaje

Prelucrare analogica	
<ul style="list-style-type: none"> • viteza foarte mare de raspuns (prelucreaza semnale de frecventa inalta – zeci de GHz) • prelucrarea semnalelor in timp real 	<ul style="list-style-type: none"> • prelucrarea este afectata de influente parazite, zgomote, interferente, etc. • functiile de prelucrare sunt implementate hardware si nu mai pot fi schimbate • caracteristicile se modifica in timp si cu temperatura
Prelucrare digitala	
<ul style="list-style-type: none"> • versatilitate – functiile de prelucrare sunt algoritmi pe calculator, care pot fi usor implementati sau modificati • rezultatele prelucrării sunt stabile si nu depind de influente externe • reproductibilitate in spatiu si timp • pret scazut 	<ul style="list-style-type: none"> • banda de frecventa relativ redusa (zeci de MHz) • digitizarea conduce la pierdere de informatie, deci la erori • necesita elemente hardware aditionale (cartele de achizitii de date)

Achizitia semnalelor cu ajutorul calculatorului

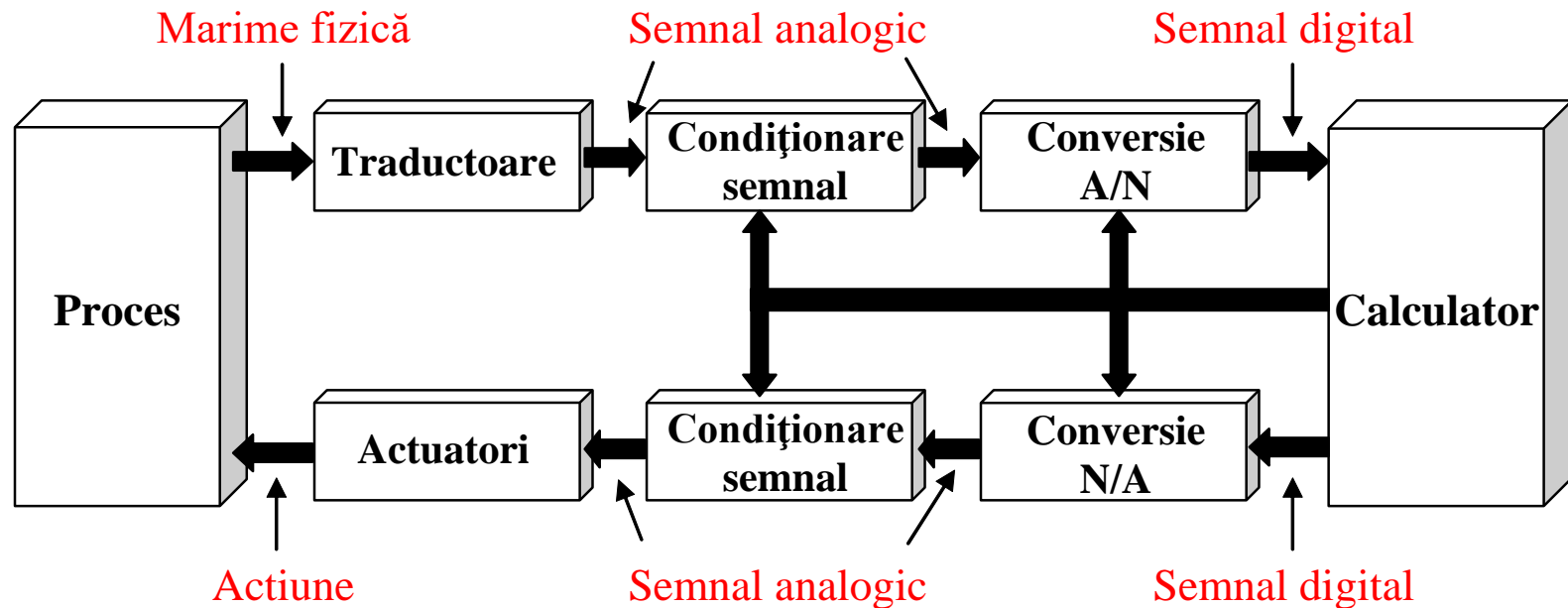
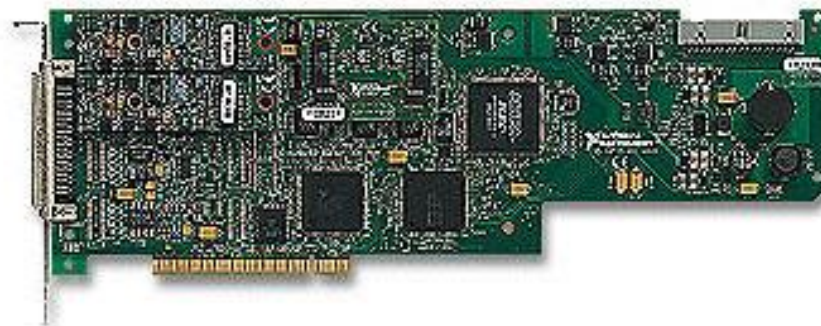


Figura 1.2

Placa de achizitii pe magistrala PCI



Placi de achizitii de date prin USB



Placa de achizitii de date prin USB



Achizitie de date prin sistemul cRIO



Intrari

- Termocuple
- Termorezistente
- Rezistente
- Tensiuni
- Curenti
- Digital (TTL)
- Accelerometre
- Microfoane
- Marci tensometrice

Comunicare

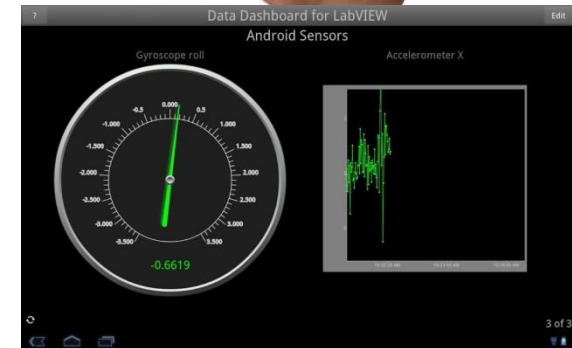
- USB, Ethernet

Sistem PXI

Platforma industrială pentru măsurare și control bazată pe calculator de proces de tip PC

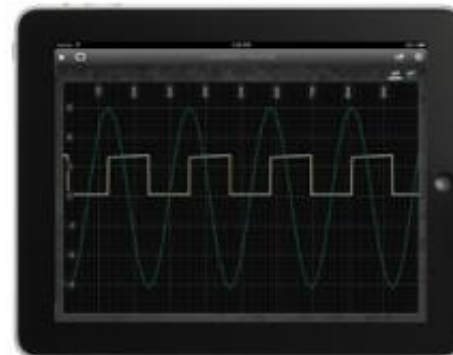


Achizitii de date cu ajutorul telefonului mobil



Marimi ce pot fi masurate direct cu un smartphone

- Acceleratii liniare si unghiulare, vibratii
- Unghiuri si distante
- Camp magnetic
- Acceleratie gravitacionala
- Proximitate
- Temperatura, umiditate
- Iluminare
- Marimi fiziologice: ritm cardiac, presiune arteriala, nivel glicemie, nivel oxigen din sange, etc.



Structura unei placi de achizitii de date

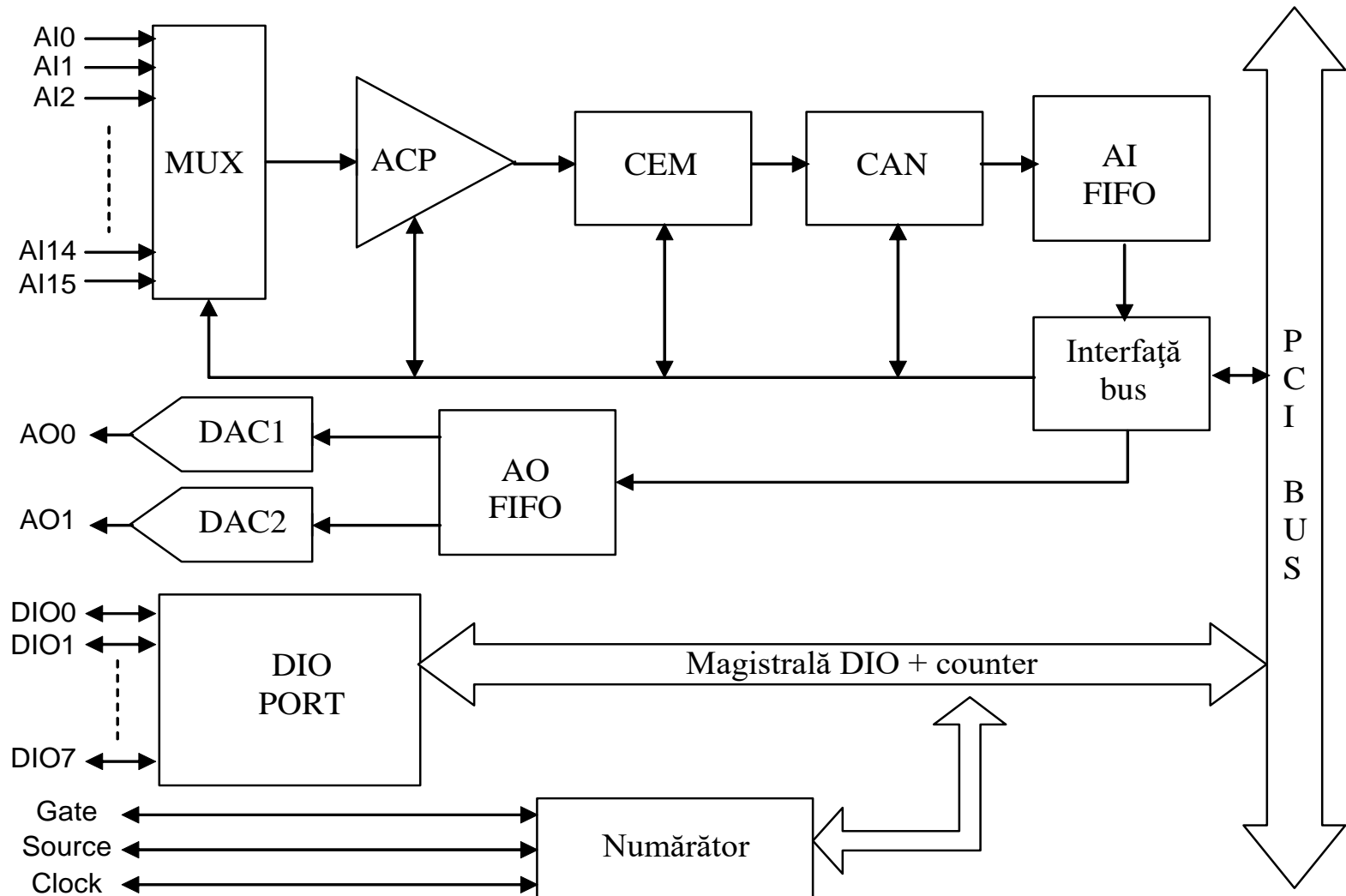


Figura 1.3

Funcțiile unei plăci de achiziții de date

Modulul intrări analogice

- Multiplexarea semnalelor analogice
- Amplificarea semnalelor analogice
- Esantionarea
- Cuantizarea (conversia analog – numerică)
- Transmiterea informației către calculator

Modulul ieșiri analogice

- Conversia numeric – analogică
- Actualizarea informației la ieșirile analogice

Modulul I/O

- Achiziție / generare semnale digitale

Modulul numărător

- Funcții de numărare evenimente, frecvențmetru/periodmetru, generare trenuri de impulsuri

Caracteristici tehnice ale unor placi de achizitie

Denumire	Bus	Intrări analogice	Rezoluție AI [biți]	Frecvența eșantionare [kS/s]	Ieșiri analogice	Rezoluție AO [biți]	Frecvența update [kS/s]	I/O digitale	Numărăt oare	Preț [lei]
NI PCI-6281	PCI	16 SE/8 DIFF	18	625	2	16	2860	24 / 10 MHz	2 / 32 biți	9.540
NI PCI-6225	PCI	80 SE/40 DIFF	16	250	2	16	833	24 / 1 MHz	2 / 32 biți	7.020
NI PCI-6254	PCI	32 SE/16 DIFF	16	1250	-	-	-	48 / 10 MHz	2 / 32 biți	7.020
NI PCI-6259	PCI	32 SE/16 DIFF	16	1250	4	16	2860	48 / 10 MHz	2 / 32 biți	8.190
NI PCI-6115	PCI	4 DIFF eş. simultană	12	10 MS/s pe canal	2	12	4 MS/s	8 / 10 MHz	2 / 24 biți	26.600
USB-6000	USB	8 SE	12	10	-	-	-	4	1 / 32 biți	428
USB-6003	USB	8 SE/4 DIFF	16	100	2	16	5	13	1 / 32 biți	2.385
USB-6343	USB	32 SE/16 DIFF	16	500	4	16	900	48 / 1 MHz	4 / 32 biți	8.330
USB-6356	USB	8 DIFF	16	1250	2	16	3330	24 / 1 MHz	4 / 32 biți	19.890
NI 9238	cRIO	4 DIFF eş. simultană	24 ± 500 mV	50	-	-	-	-	-	5.130
NI 9213	cRIO	16 DIFF	24 ± 78 mV termocuplu	75 S/s	-	-	-	-	-	6.390
NI 9221	cRIO	8 SE	12 ± 60 V	800	-	-	-	-	-	2.725
NI 9263	cRIO	-	-	-	4	16	100	-	-	1.960
NI 9401	cRIO							8 TTL 10 MHz	-	2.025
NI PXI 6602	PXI							32	8 / 32 biți 80 MHz	5.490

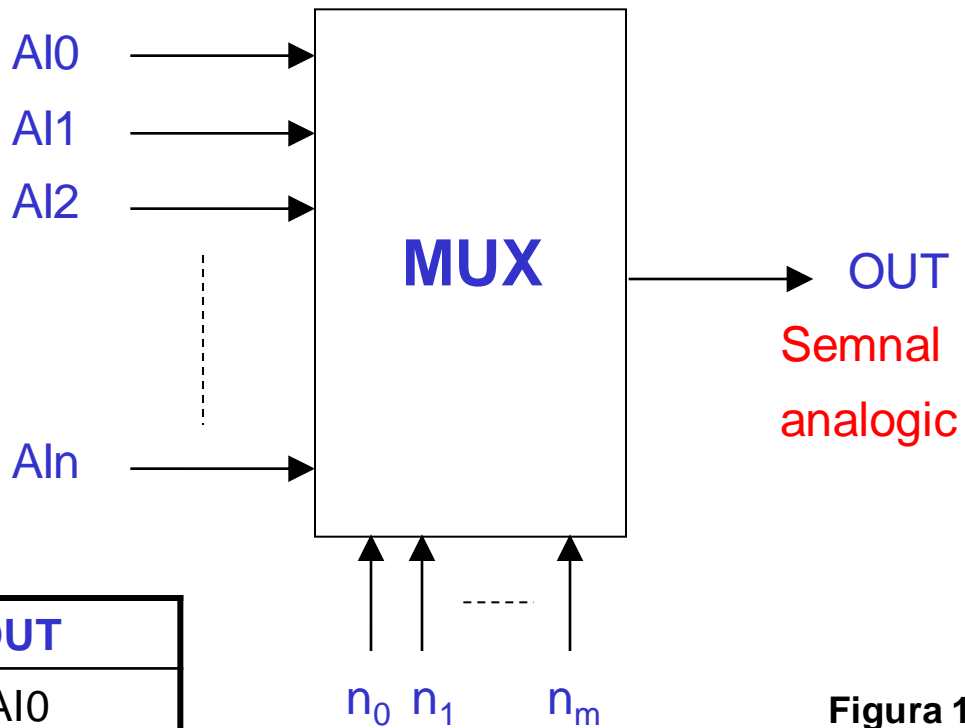
Digitizarea semnalelor

Digitizarea implica 3 operatii:

- **Esantionarea (discretizarea)** – prelevarea la intervale egale de timp a valorilor instantanee ale semnalelor
- **Trunchierea** – decuparea dintr-un semnal infinit a unei portiuni finite de timp (fereastră)
- **Cuantizarea (conversia A/N)** – transformarea nivelelor de tensiune ale esantioanelor in coduri numerice

Multiplexare

Semnale
analogice



OUT
Semnal
analogic

Comanda	OUT
0 0 0	A0
0 0 1	A1
0 1 0	A2
-----	-----

Comenzi
digitale

Figura 1.4

Amplificare cu castig programabil

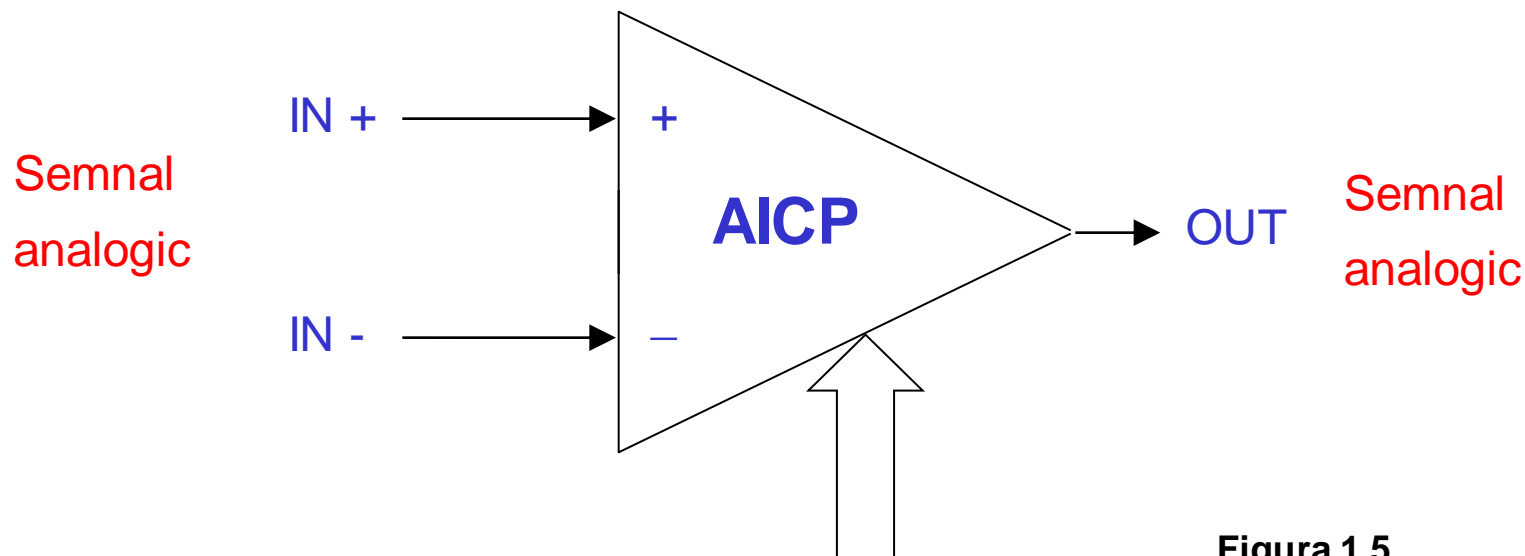


Figura 1.5

Comanda

Comanda	Castig
0 0 0	1
0 0 1	2
0 1 0	5
-----	-----

AICP = amplificator de instrumentatie cu castig programabil

Esantionare - memorare

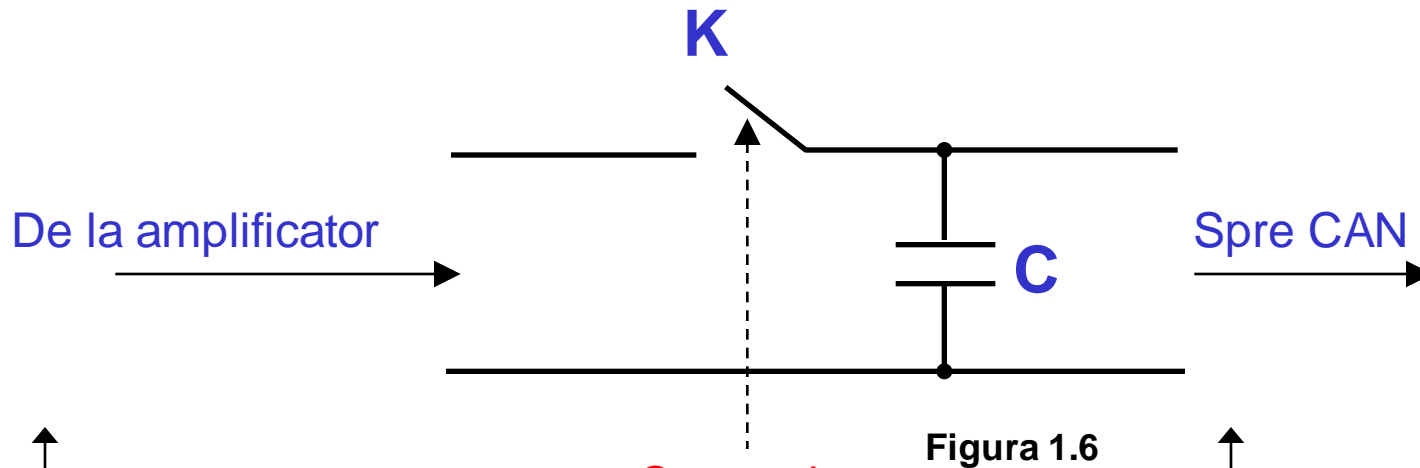
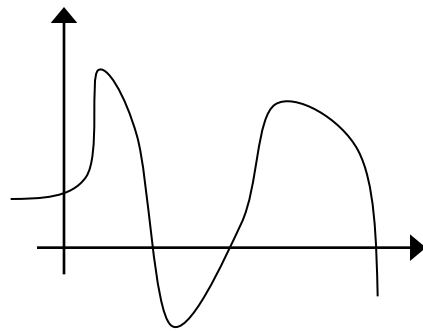


Figura 1.6

Comanda

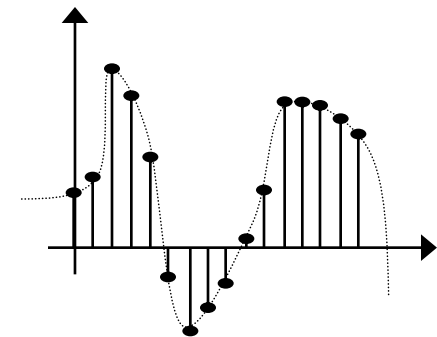


Semnal continuu

Figura 1.7

T_0 – perioada de esantionare

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$



Semnal esantionat

Figura 1.8

Esantionare - memorare

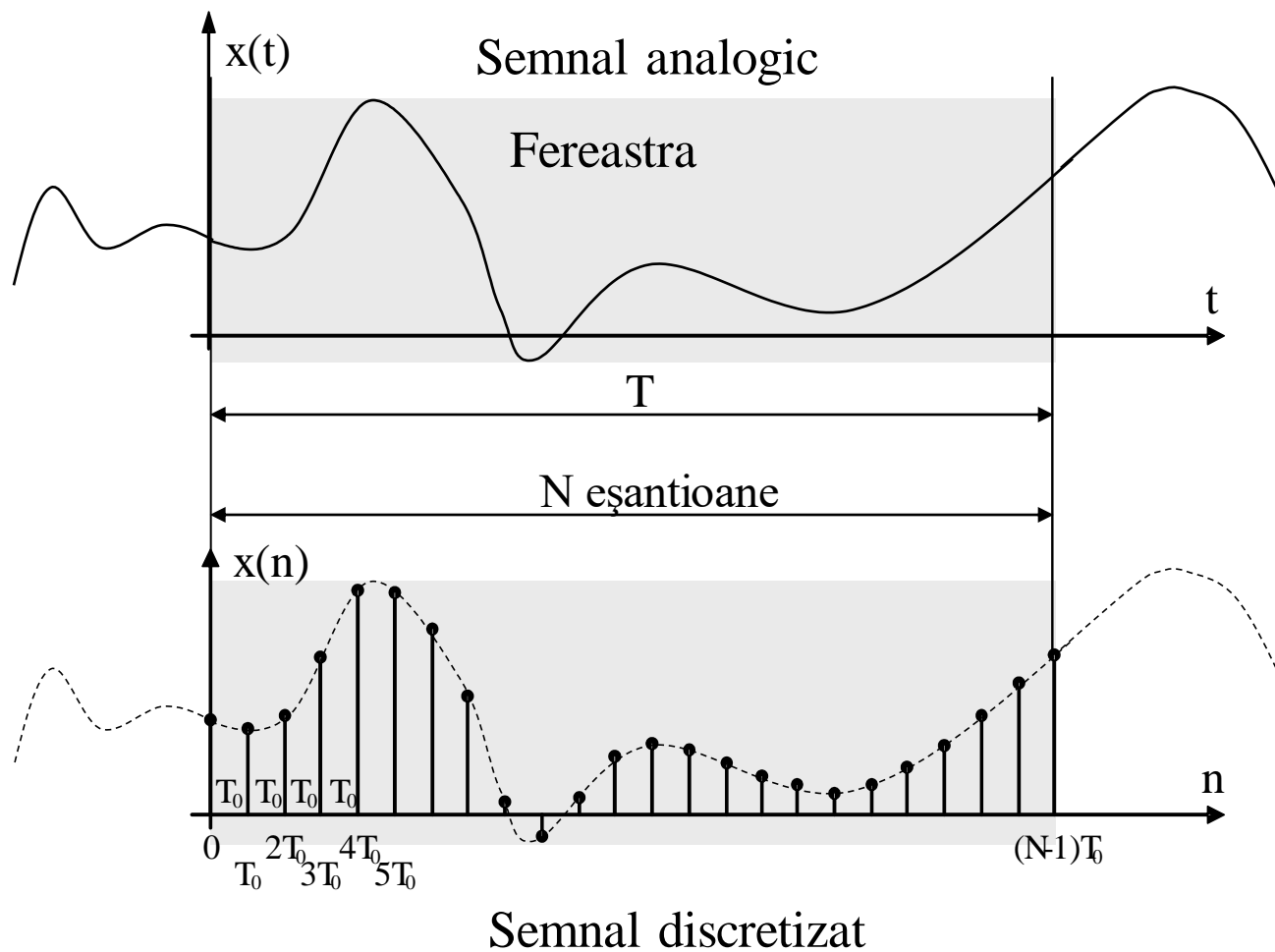


Figura 1.9

Conversia analog – numerica (CAN)

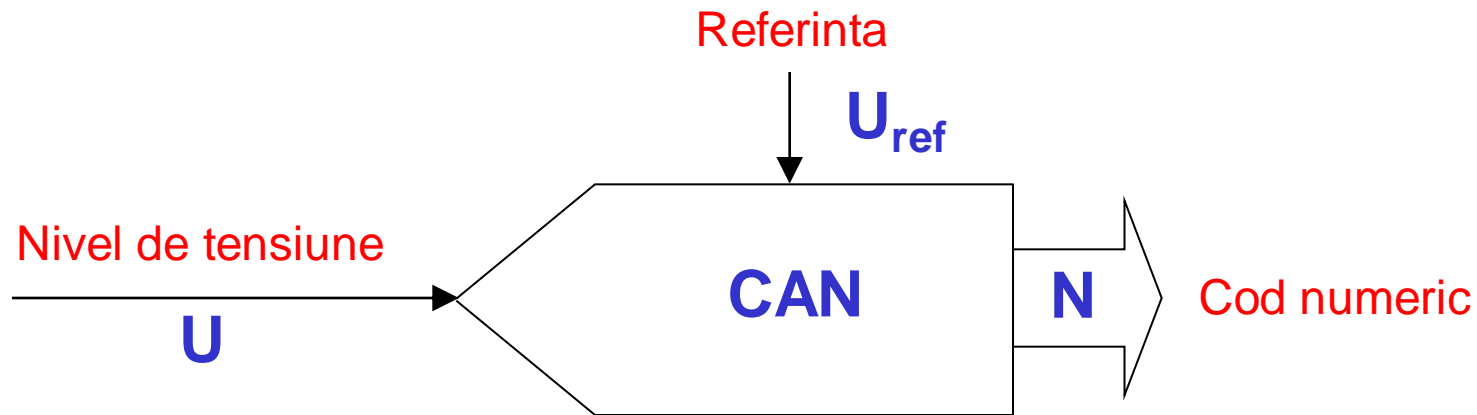


Figura 1.10

ΔU = eroare absoluta de conversie

$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U} 100$ eroare relativa de conversie

$$U = \frac{U_{ref}}{2^n} N + \Delta U$$

$$U = U_0 N + \Delta U$$

$$U_0 = \frac{U_{ref}}{2^n} \text{ Cuanta}$$

Conversia analog – numerica (CAN)

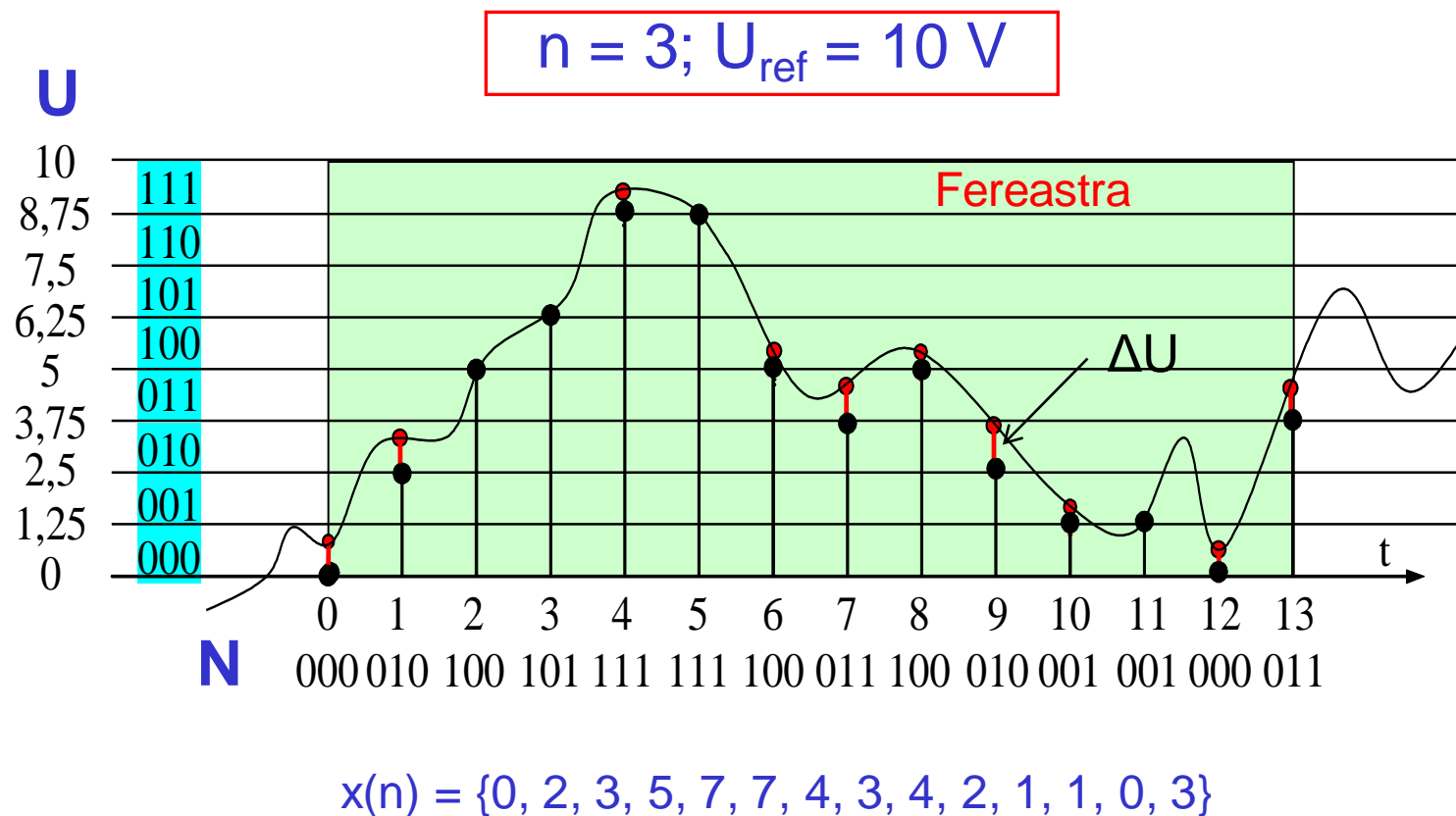


Figura 1.11

Conversia analog – numerica (CAN) - exemplu -

$n = 3; U_{ref} = 10 \text{ V}; U = 1,95 \text{ V}$

Fara amplificare

$$U = \frac{U_{ref}}{2^n} N + \Delta U = \frac{10}{8} 1 + \Delta U$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U} 100 \quad \varepsilon = \frac{1,95 - 1,25}{1,95} 100 = 35,9\%$$

Cu amplificare (A = 5)

$$U' = AU = 5 \cdot 1,95 = 9,75$$

$$U' = \frac{10}{8} 7 + \Delta U$$

$$\varepsilon = \frac{9,75 - 8,75}{8,75} 100 = 10,25\%$$

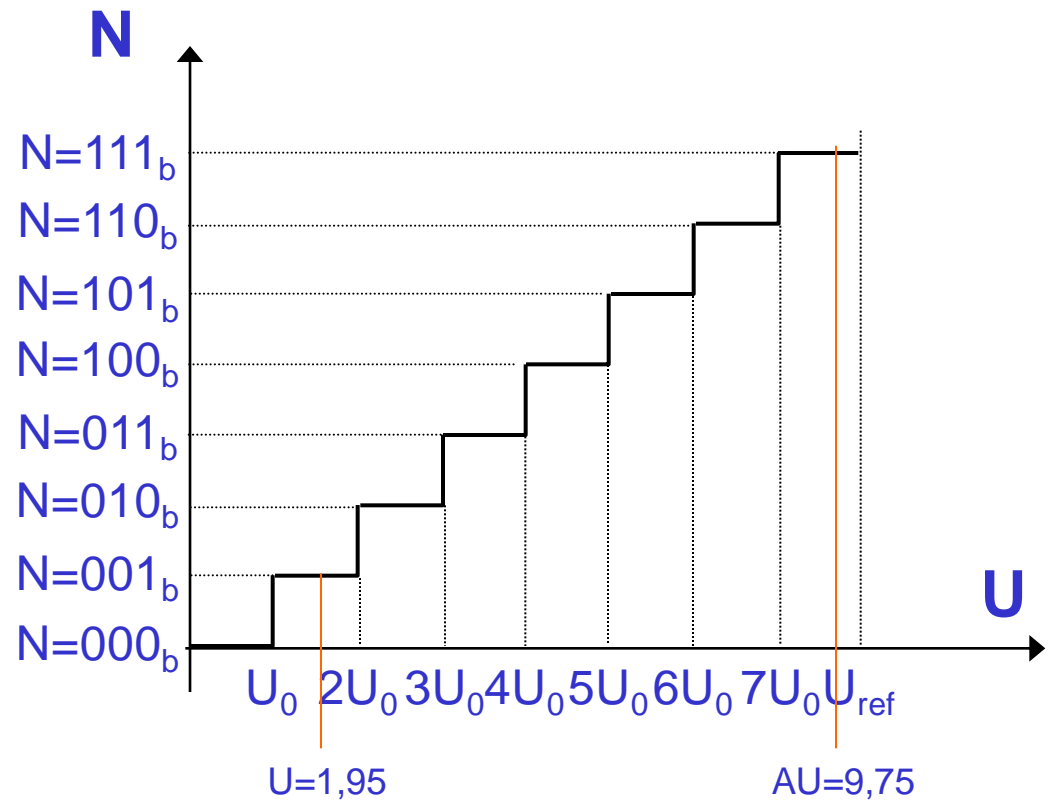


Figura 1.12

Exercitiu

In urma discretizarii unui semnal se obtine urmatorul sir de esantioane:

$$s(k) = \{2,3; 1,9; 5,6; 7,2; 4,4; 3,5\}$$

Dupa discretizare, esantioanele semnalului sunt convertite in cuvint numeric cu ajutorul unui convertor A/N pe 4 biti, cu tensiunea de referinta $U_{\text{ref}} = 8 \text{ V}$.

- a) Sa se determine valoarea cuantei U_0 pentru acest convertor.
- b) Sa se determine semnalul $s(k)$ obtinut la iesirea din CAN, unde esantioanele sunt exprimate in valori zecimale.
- c) Sa se determine sirul erorilor de conversie, in valori absolute si relative.

Reprezentarea semnalelor in domeniile timp si frecventa

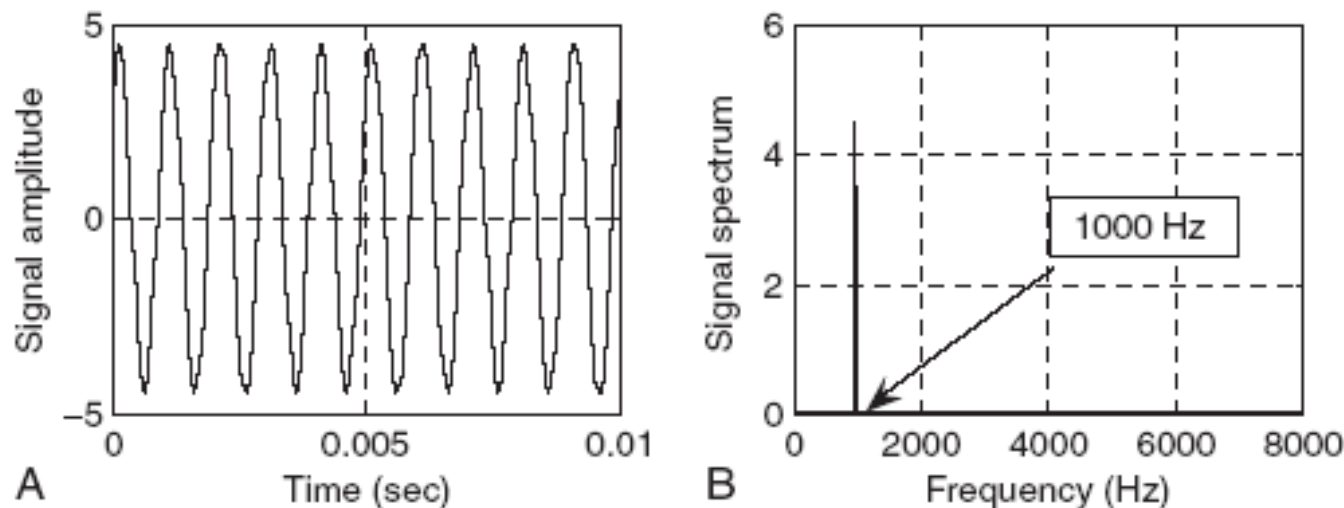


Figura 1.13

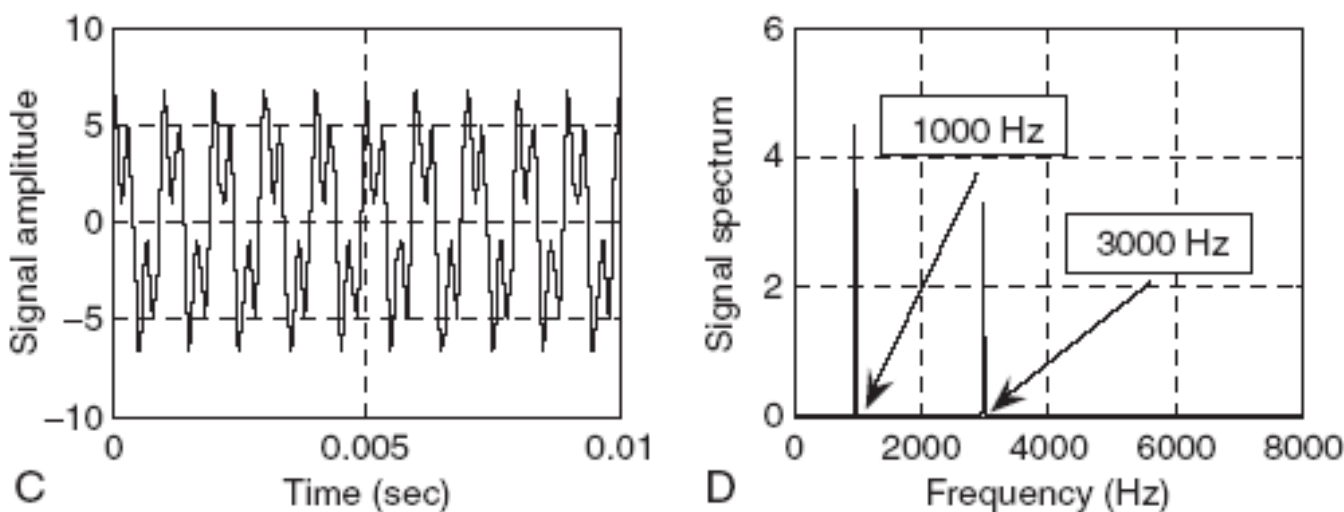


Figura 1.14

Reprezentarea semnalelor in domeniile timp si frecventa

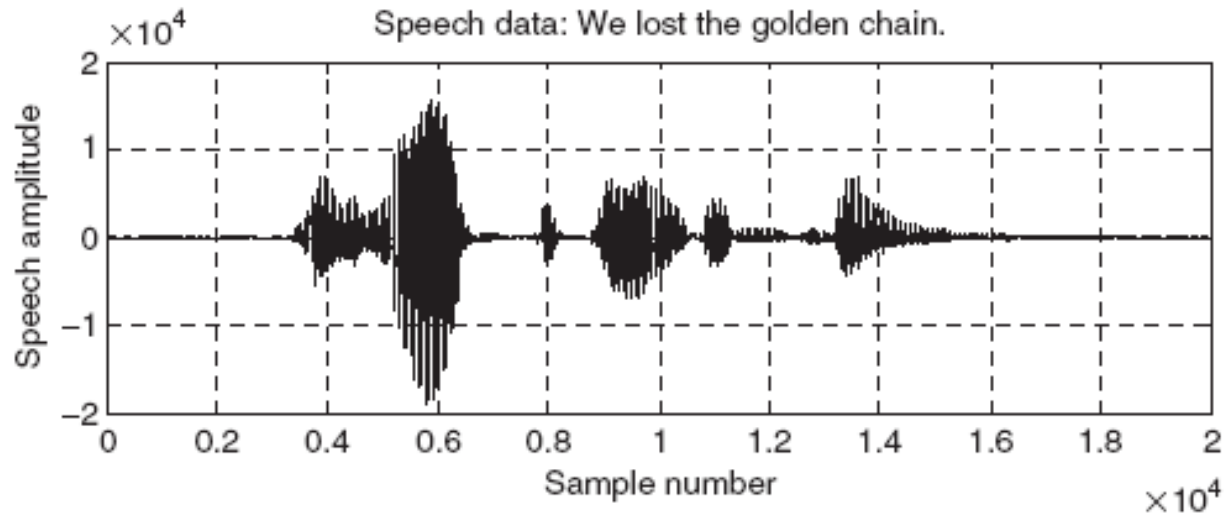


Figura 1.15

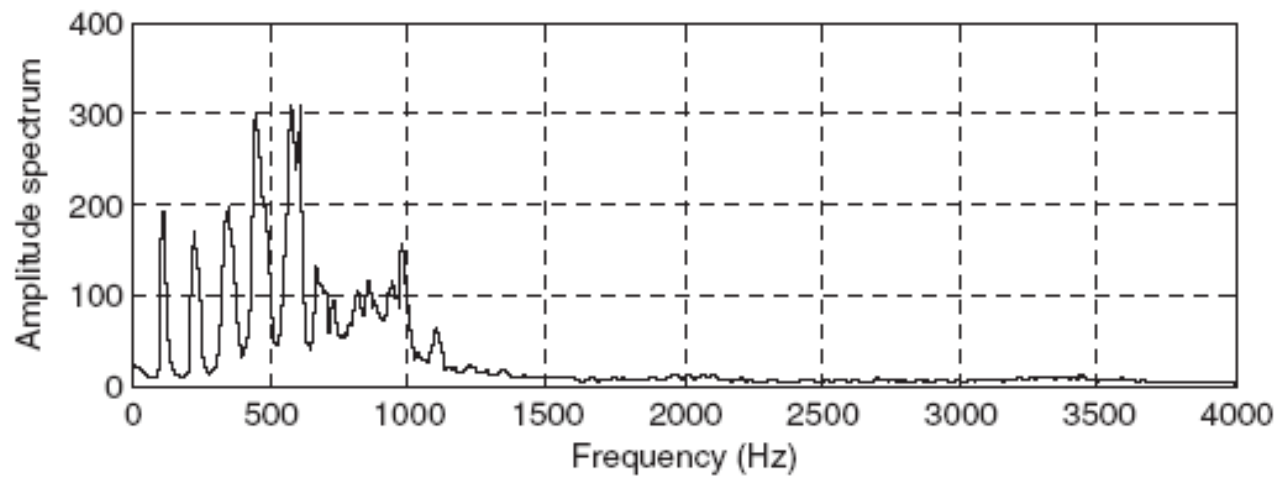


Figura 1.16

Esantionarea semnalelor. Teorema esantionarii

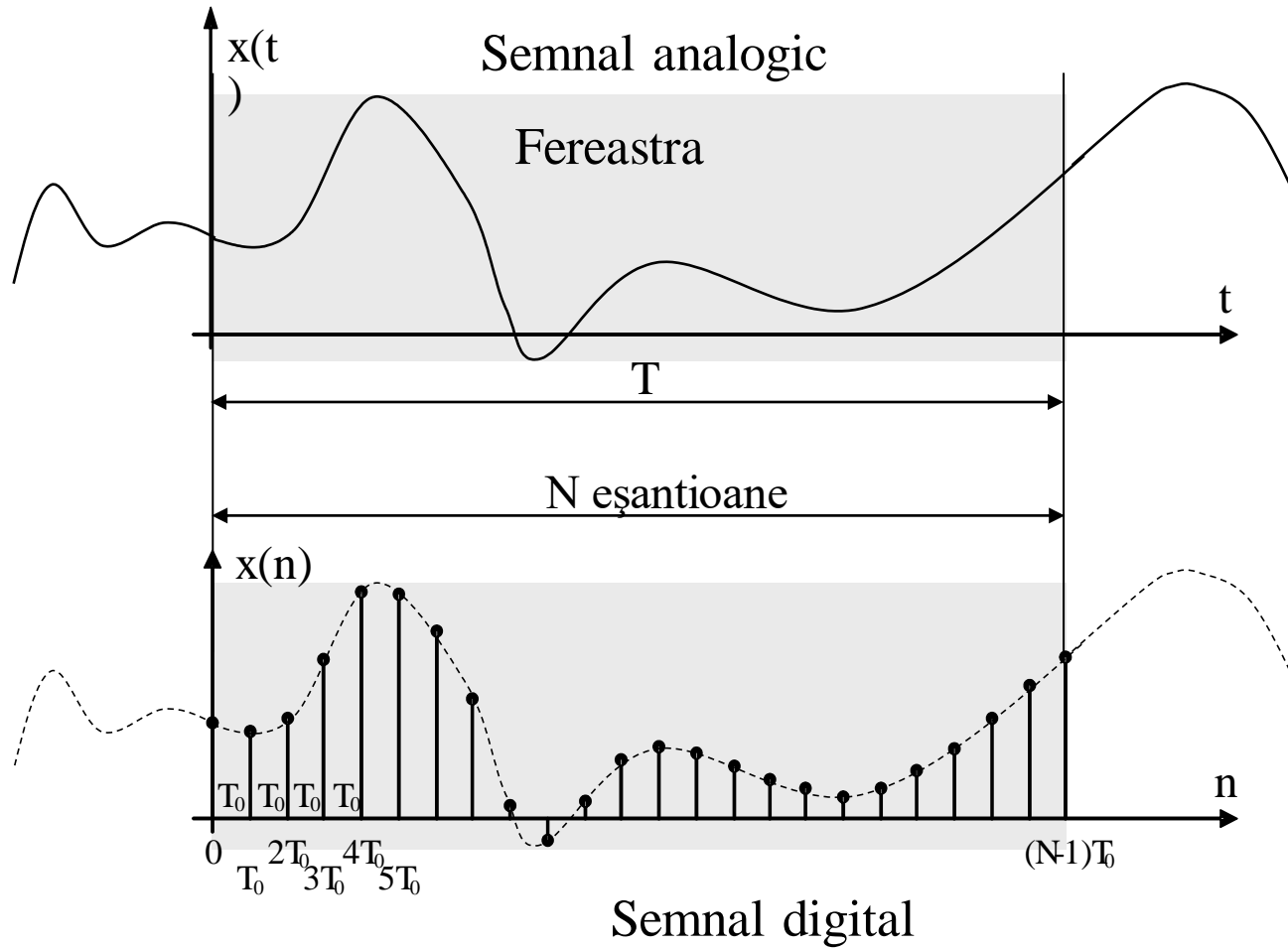


Figura 1.17

Esantionarea semnalelor. Teorema esantionarii

Conditia pentru ca un semnal sa fie reconstituit corect din esantioanele sale (**teorema lui Shannon**)

$$f_0 > 2f_{\max}$$

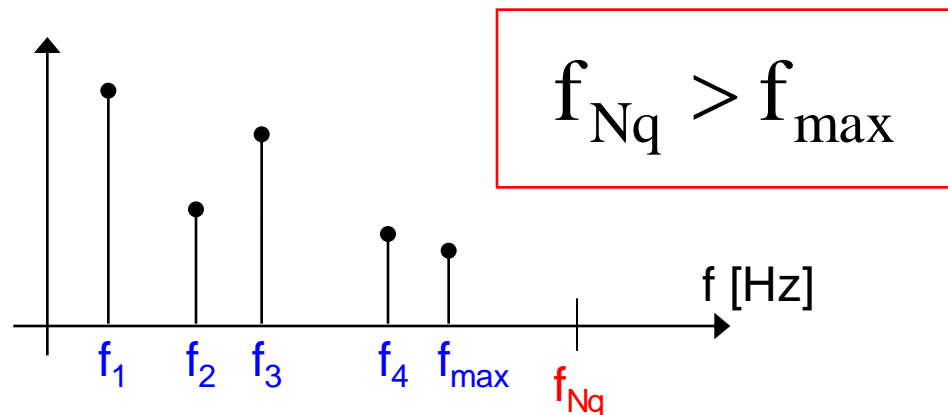
f_0 = frecventa de esantionare $f_0 = \frac{1}{T_0}$

f_{\max} = cea mai mare frecventa din spectrul semnalului

$f_{\text{Nq}} = \frac{f_0}{2}$ = frecventa Nyquist

Exemplu

Figura 1.18



Esantionarea semnalelor. Teorema esantionarii

Teorema Shannon este satisfacuta

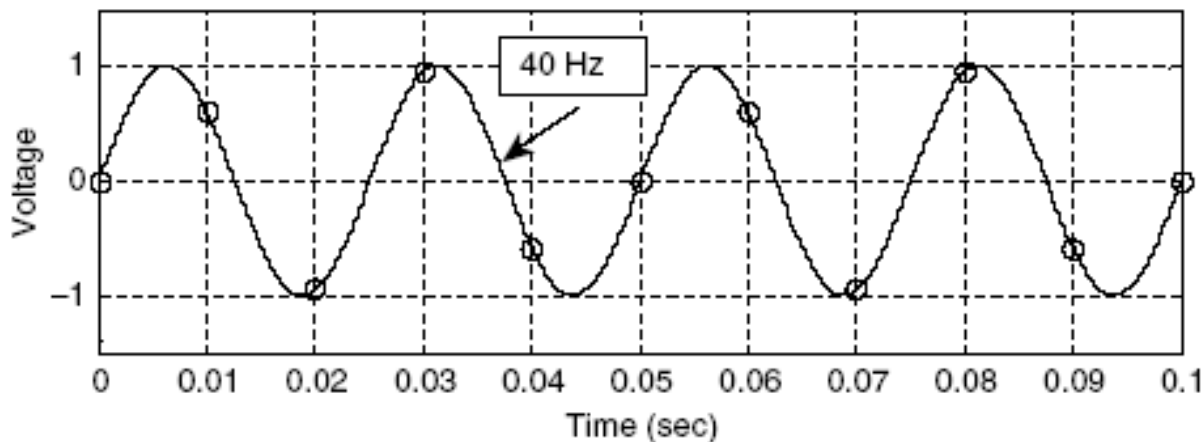


Figura 1.19

Teorema Shannon nu este satisfacuta

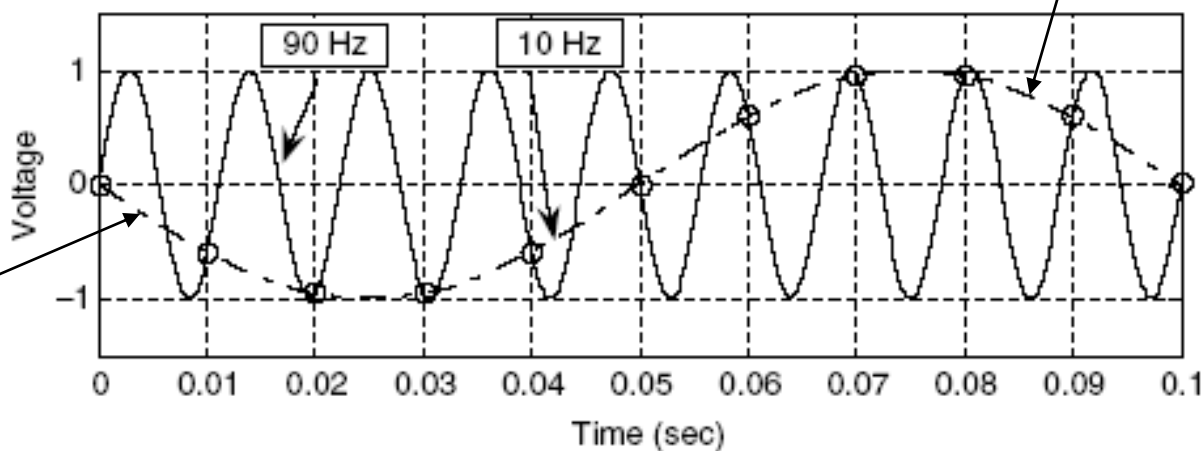


Figura 1.20

Calculul frecventelor alias

$$f_{\text{alias}} = |f - mf_0|$$

mf_0 este multiplul intreg al lui f_0 cel mai apropiat de f

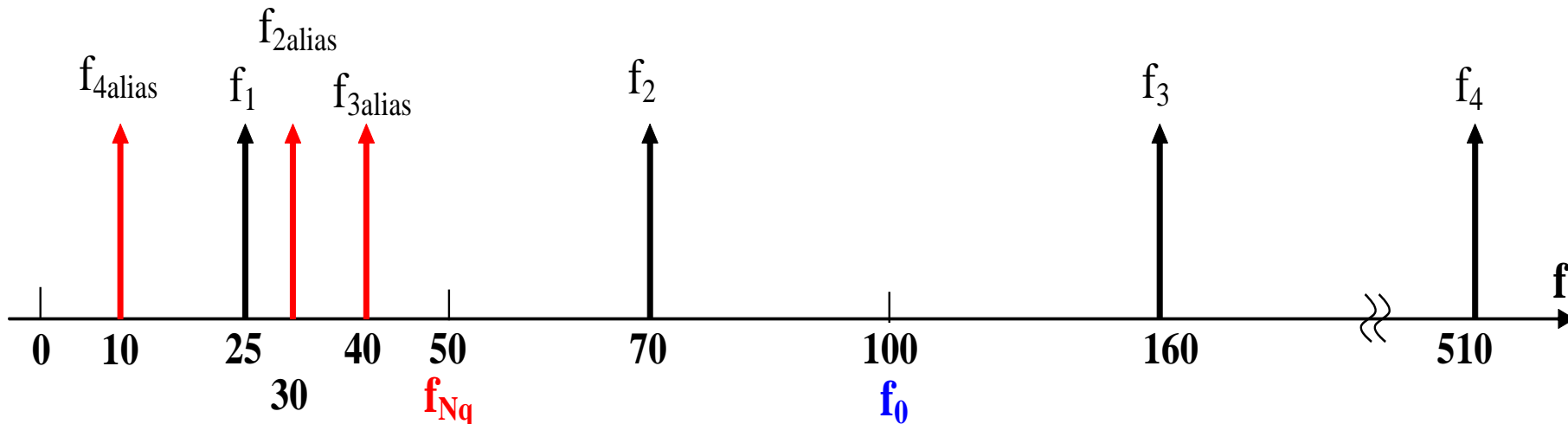
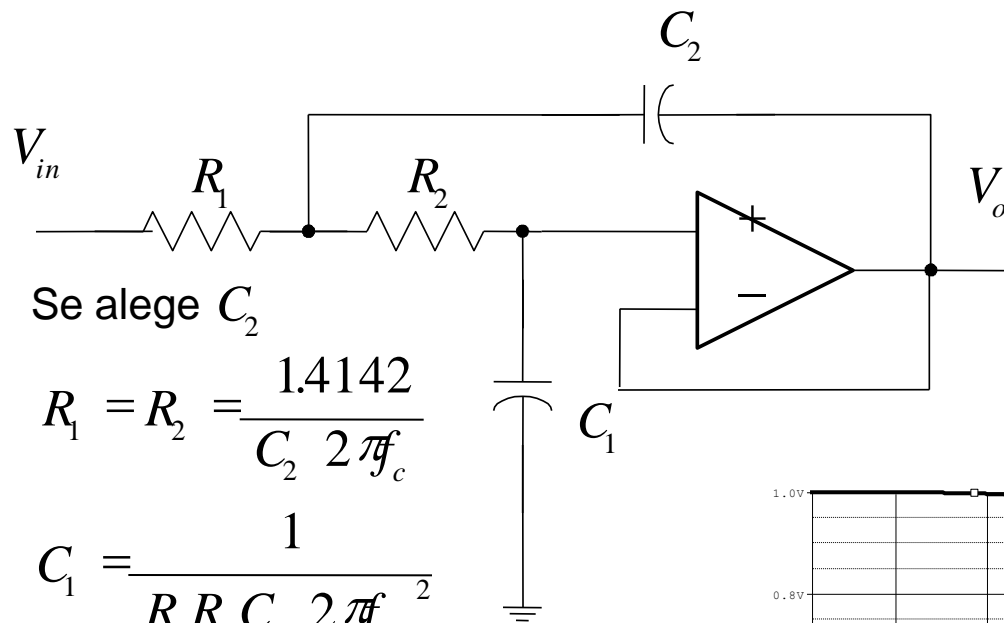


Figura 1.21

$f_1 = 25 \text{ Hz}$	$\xrightarrow{f_1 < f_{Nq}}$	Nu avem alias
$f_2 = 70 \text{ Hz}$	$\xrightarrow{f_2 > f_{Nq}}$	$f_{2\text{alias}} = 70 - 100 = 30 \text{ Hz}$
$f_3 = 160 \text{ Hz}$	$\xrightarrow{f_3 > f_{Nq}}$	$f_{3\text{alias}} = 160 - 2 \cdot 100 = 40 \text{ Hz}$
$f_4 = 510 \text{ Hz}$	$\xrightarrow{f_4 > f_{Nq}}$	$f_{4\text{alias}} = 510 - 5 \cdot 100 = 10 \text{ Hz}$

Exemplu de filtru anti-alias de tip Butterworth

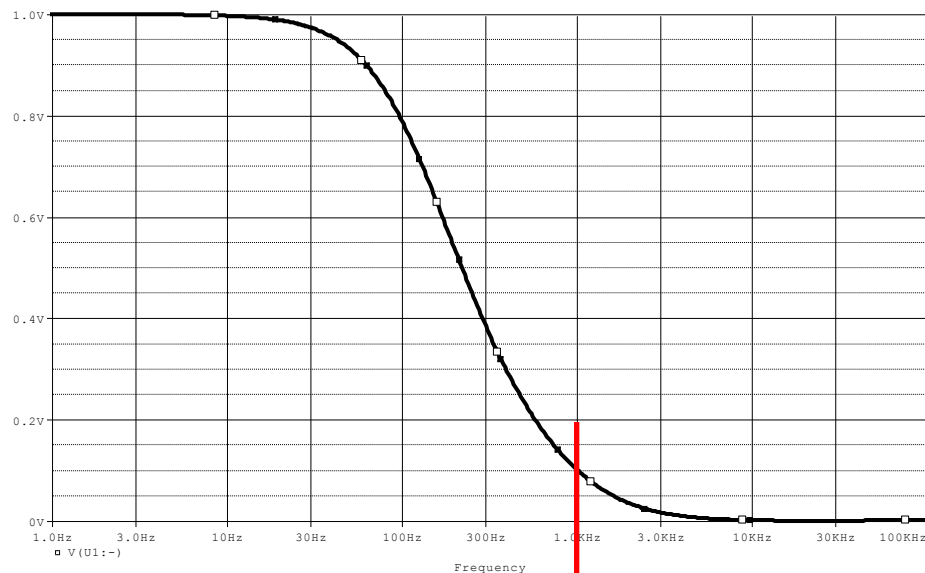


Se alege C_2

$$R_1 = R_2 = \frac{1.4142}{C_2 \cdot 2\pi f_c}$$

$$C_1 = \frac{1}{R_1 R_2 C_2 \cdot 2\pi f_c^2}$$

- $C_1 = 300 \text{ nF}$
- $C_2 = 100 \text{ nF}$
- $R_1 = R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega$
- $f_t = 1 \text{ kHz}$



$f_t = 1 \text{ kHz}$

Digitizarea semnalelor

Digitizarea implica 3 operatii:

- **Esantionarea (discretizarea)** – prelevarea la intervale egale de timp a valorilor instantanee ale semnalelor
- **Trunchierea** – decuparea dintr-un semnal infinit a unei portiuni finite de timp (fereastră)
- **Cuantizarea (conversia A/N)** – transformarea nivelelor de tensiune ale esantioanelor in coduri numerice

Digitizarea semnalelor

Esantionarea

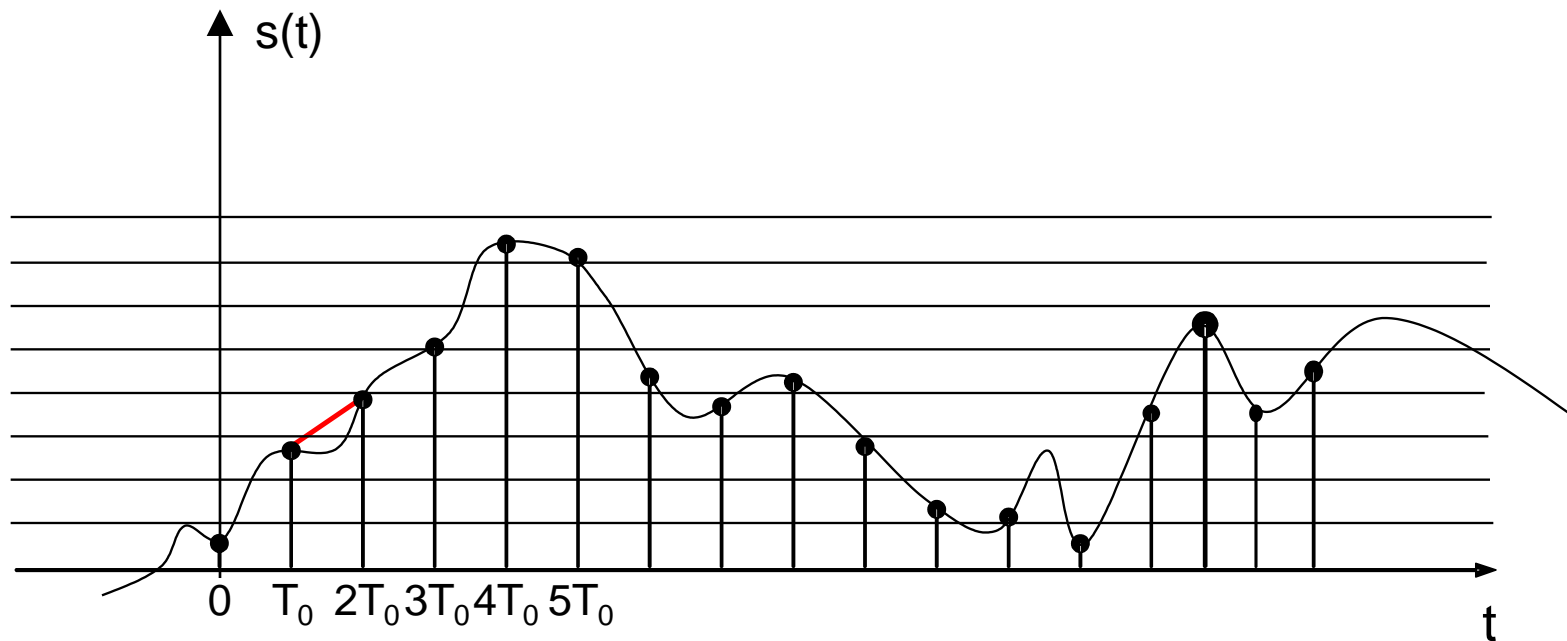
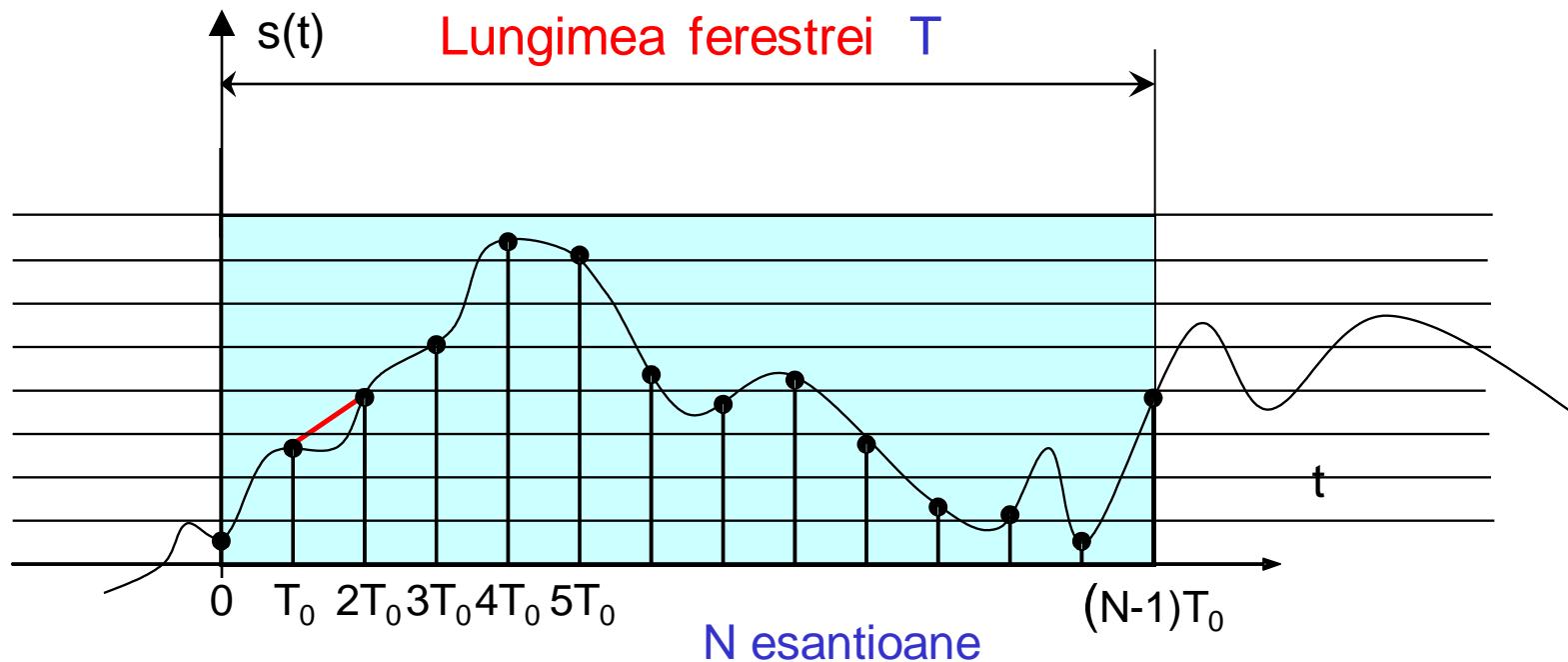


Figura 1.22

Digitizarea semnalelor

Trunchierea



Se decupeaza din semnal fereastra de lungime T

$$s_w(t) = s(t) \cdot w(t)$$

$$T = NT_0$$

$$w(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

Digitizarea semnalelor

Cuantizarea

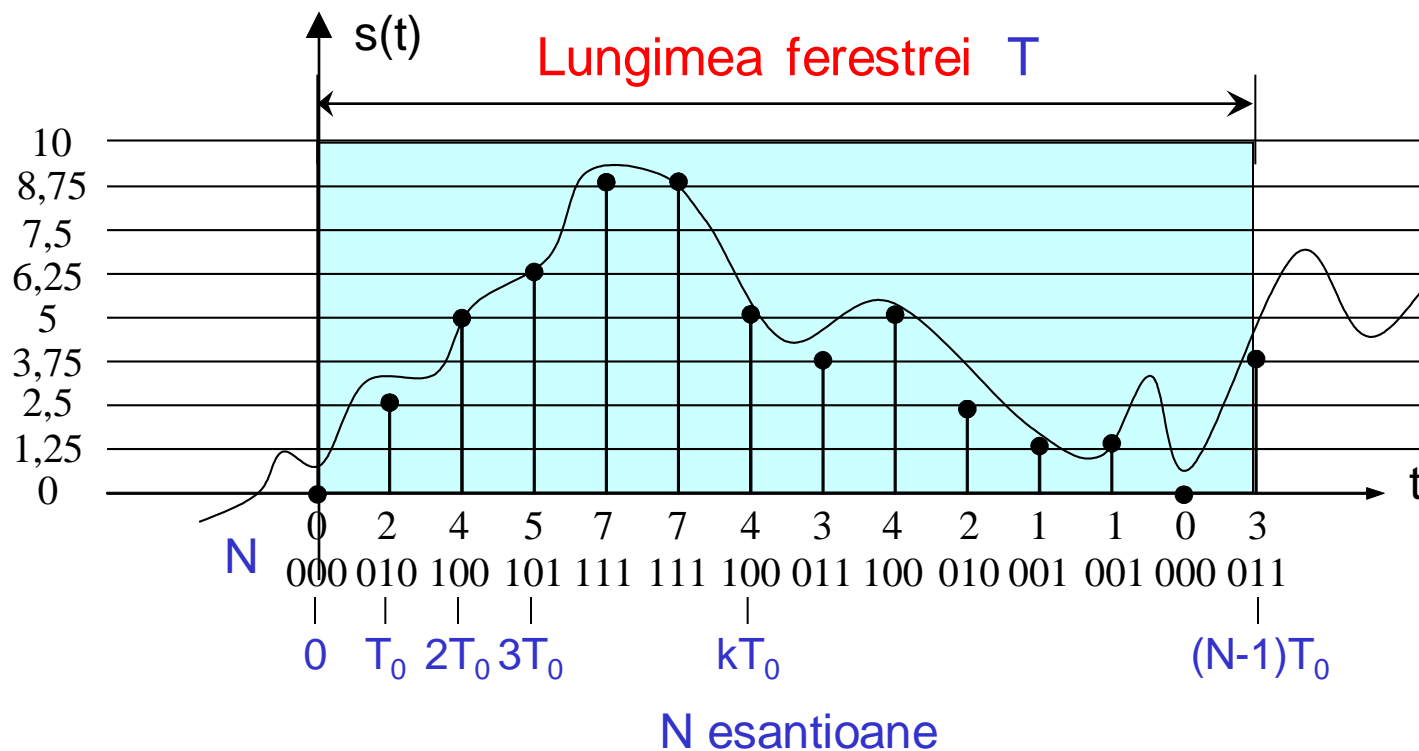


Figura 1.24

$$s(n) = \{0; 2; 4; 5; 7; 7; 4; 3; 4; 2; 1; 1; 0; 3\}$$

Digitizarea semnalelor

Digitizarea unui semnal $s(t)$

$$t \rightarrow nT_0$$

$$s(t) \rightarrow s(nT_0)|_{n=0..N-1} = \{s(0), s(T_0), s(2T_0), s(3T_0), \dots, s((N-1)T_0)\}$$

Substituim:

$$s(nT_0) \rightarrow s(n)$$

Semnalul digitizat se scrie sub forma unui sir de numere (vector):

$$\mathbf{s(n)} = \{s(0), s(1), s(2), \dots, s(N-1)\}$$

N esantioane

$$T = NT_0$$

Exemplu

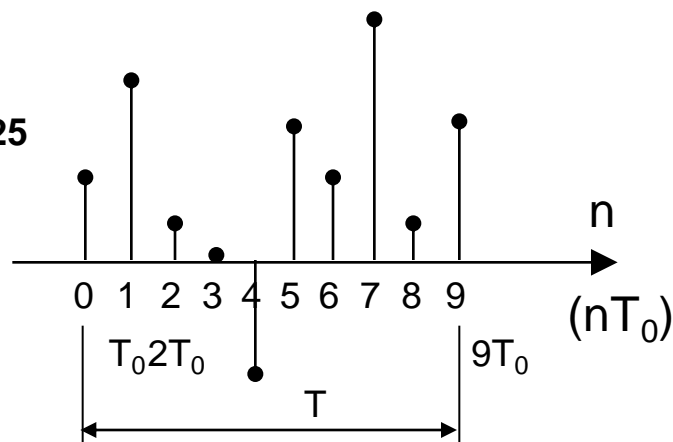


Figura 1.25

$$s(n) = \{2, 4, 1, 0, -3, 3, 2, 5, 1, 3\}$$

Pentru reconstituirea semnalului initial este necesar ca acest sir sa fie insotit de valoarea lui T_0

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

1. Impuls Dirac (unitate)

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

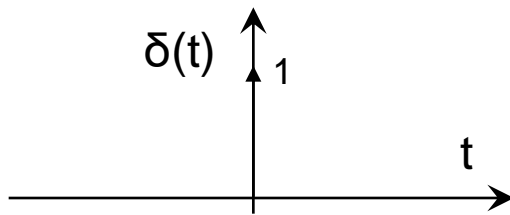


Figura 1.26

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

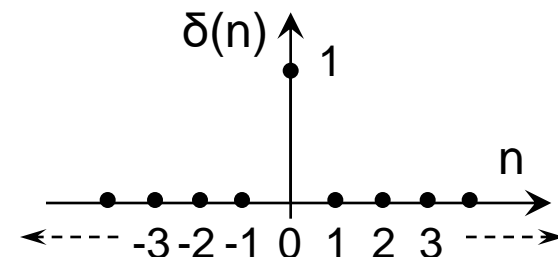


Figura 1.27

2. Impuls Dirac deplasat

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t = t_0 \\ 0 & t \neq t_0 \end{cases}$$

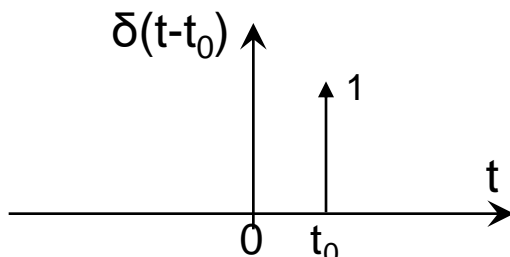


Figura 1.28

$$\delta(n - m) = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

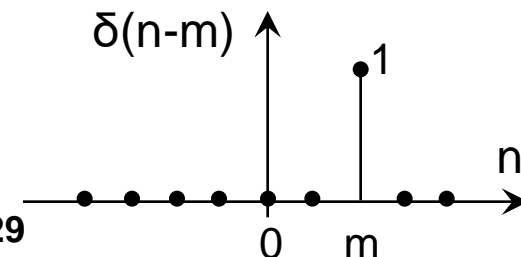


Figura 1.29

Semnale digitale uzuale

Exemplu de impuls Dirac deplasat

$$\delta(n-2) = \begin{cases} 1 & n = 2 \\ 0 & n \neq 2 \end{cases}$$

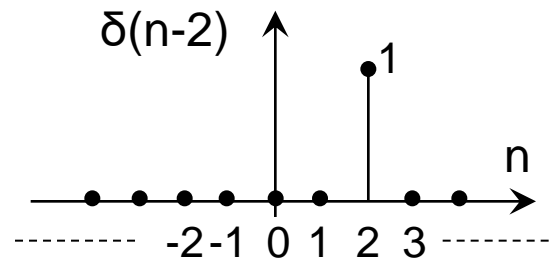


Figura 1.30

$$\delta(n+1) = \begin{cases} 1 & n = -1 \\ 0 & n \neq -1 \end{cases}$$

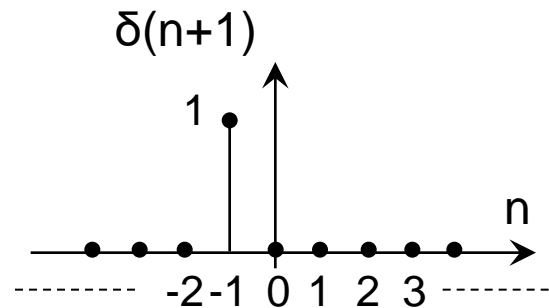


Figura 1.31

Deplasarea lui $\delta(n-k)$ se face in sensul pozitiv al axei absciselor pentru $k > 0$ si in sensul negativ pentru $k < 0$

Semnale digitale uzuale

Proprietati impuls Dirac

Analogic

Fie $s(t)$ un semnal analogic in
timp continuu t

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) s(t) dt = s(t_0)$$

$$3. \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} df$$

$$4. \delta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} dt$$

$$5. \delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

Digital

Fie $s(k)$ un semnal discret in
timp discret kT_0

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) \delta(n - k) = s(n)$$

Semnale digitale uzuale

Observatie:

Orice semnal digital se scrie ca o suma de impulsuri Dirac ponderate cu valoarea semnalului in momentul aparitiei impulsului

$$s(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) \delta(n-k)$$

Valoarea esantionului

Pozitia esantionului in sir

Exemplu

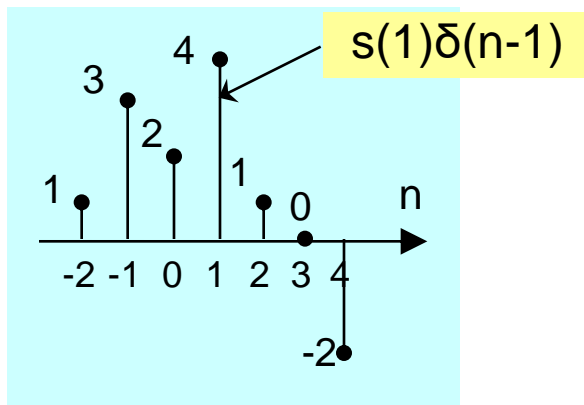


Figura 1.32

$$s(n) = \{1, 3, 2, 4, 1, 0, -2\}$$

$$s(n) = s(-2)\delta(n+2) + s(-1)\delta(n+1) + s(0)\delta(n) + s(1)\delta(n-1) + s(2)\delta(n-2) + s(3)\delta(n-3) + s(4)\delta(n-4)$$

$$s(n) = 1 \cdot \delta(n+2) + 3 \cdot \delta(n+1) + 2 \cdot \delta(n) + 4 \cdot \delta(n-1) + 1 \cdot \delta(n-2) + 1 \cdot \delta(n-3) - 2 \cdot \delta(n-4)$$

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

3. Semnal pieptene

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$p(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(n - k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

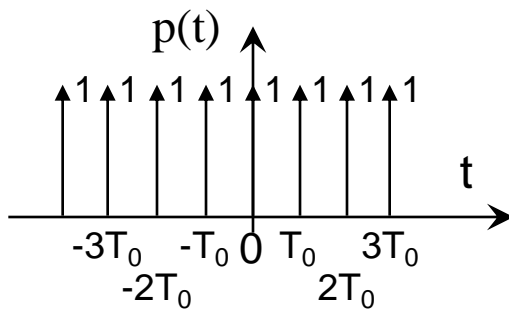


Figura 1.33

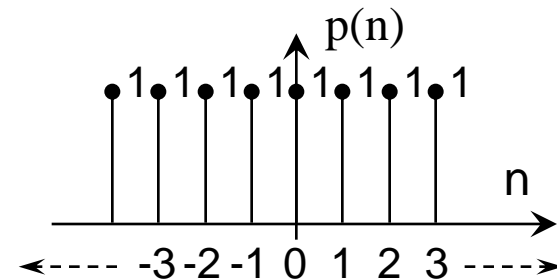


Figura 1.34

Esantionarea semnalului analogic $s(t)$ = inmultirea lui $s(t)$ cu $p(t)$

$$s(t) \cdot p(t) = s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t) \delta(t - kT_0) = s(kT_0) \leftrightarrow s(k)$$

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

4. Semnal treapta unitate

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

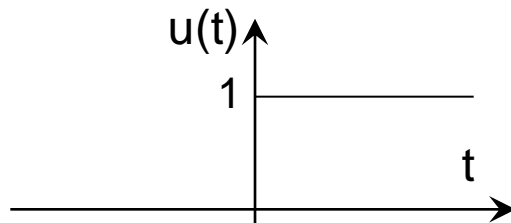


Figura 1.35

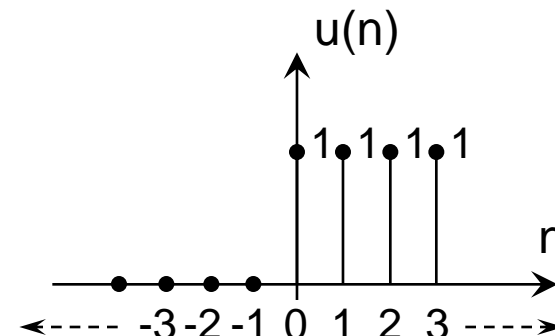


Figura 1.36

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

4'. Semnal treapta unitate deplasat

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

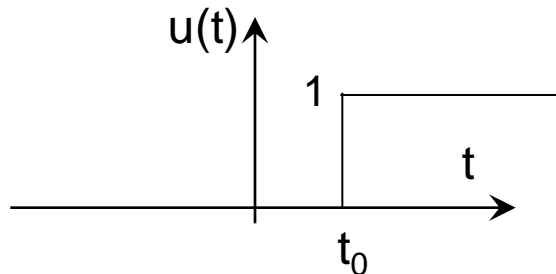


Figura 1.37

$$u(n - m) = \begin{cases} 1 & n \geq m \\ 0 & n < m \end{cases}$$

$$u(n - m) = \sum_{k=m}^{\infty} \delta(n - k) = \sum_{\substack{k=0 \\ k \in \mathbb{Z}}}^{\infty} \delta(n - k - m)$$

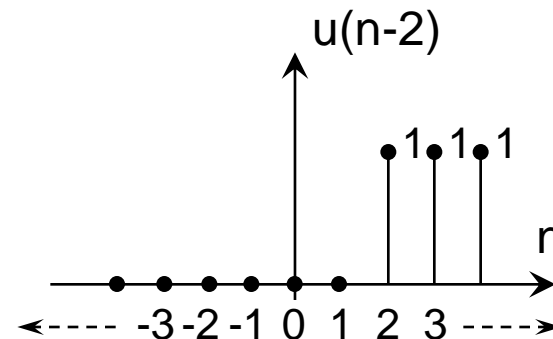
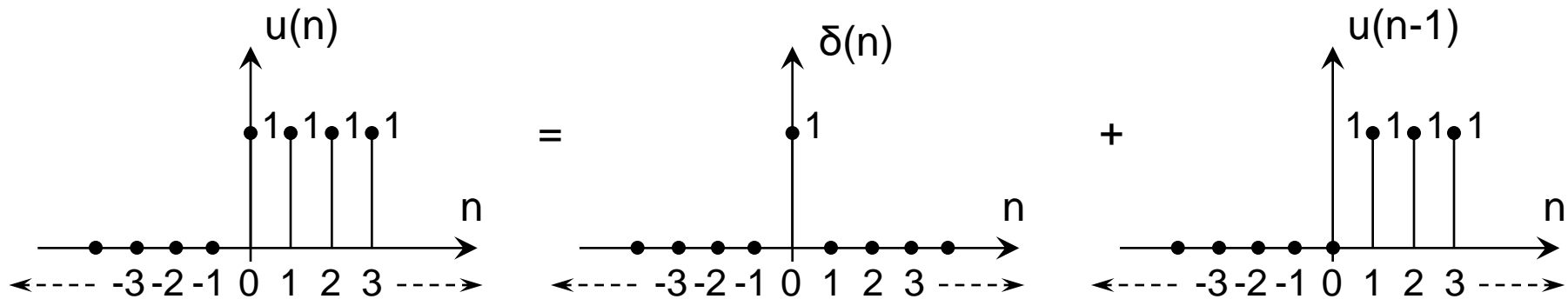


Figura 1.38

Semnale digitale uzuale



$$u(n) = \delta(n) + u(n-1)$$

sau

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

5. Semnal rampa

$$r(t) = \begin{cases} at & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

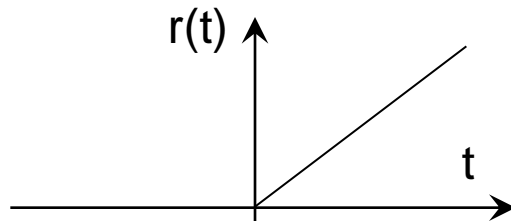


Figura 1.39

$$r(n) = \begin{cases} an & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

$$r(n) = nu(n) = n \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

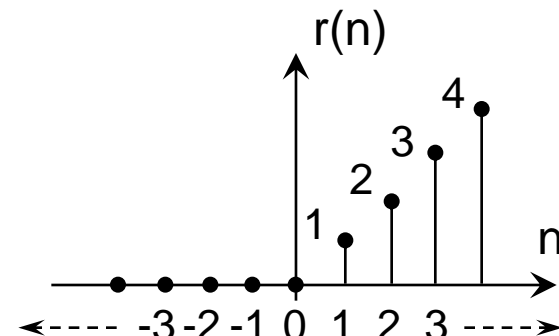


Figura 1.40

$$\begin{aligned} r(n) &= n[\delta(n) + u(n-1)] = 0 \cdot \delta(n) + nu(n-1) = \\ &= (n-1)u(n-1) + u(n-1) = r(n-1) + u(n-1) \end{aligned}$$

sau

$$u(n-1) = r(n) - r(n-1)$$

Semnale digitale uzuale

Analogic

Digital

6. Semnal sinusoidal

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$s(t) = A \sin(2\pi f t + \varphi_0) \xrightarrow{t \rightarrow nT_0} s(nT_0) = A \sin(2\pi f n T_0 + \varphi_0) = A \sin(2\pi n \frac{f}{f_0} + \varphi_0)$$

$$f_n = \frac{f}{f_0} = \frac{T_0}{T} \frac{T_0}{N_{ep} T_0} = \frac{1}{N_{ep}}$$

$$s(n) = A \sin(2\pi n f_n + \varphi_0)$$

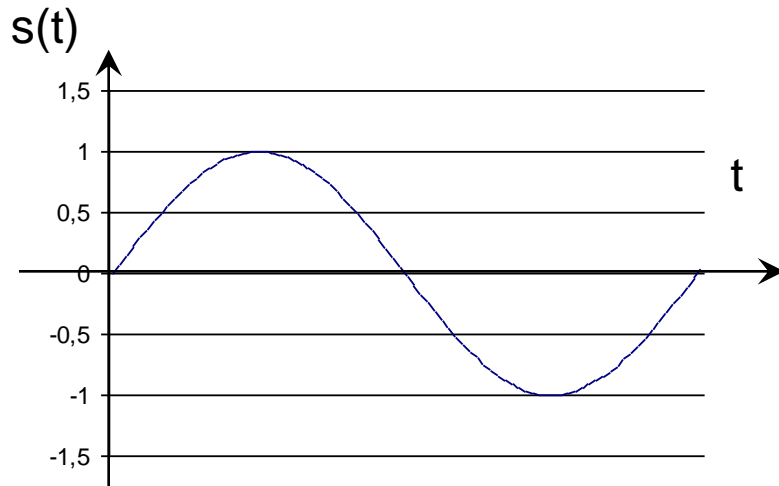


Figura 1.41

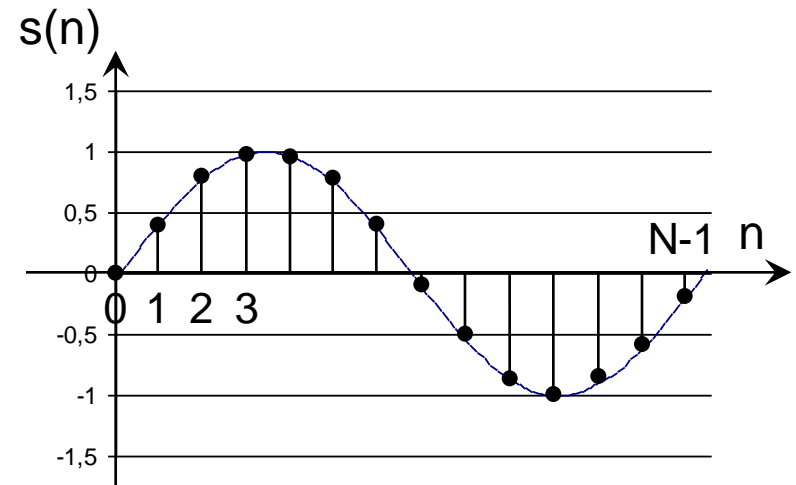


Figura 1.42

Semnale digitale uzuale

7. Semnal modulat in amplitudine

$$s_a(n) = A \cos\left(2\pi \frac{f_p}{f_0} n\right) \left[1 + m \cos\left(2\pi n \frac{f}{f_0}\right)\right]$$

f = frecventa modulatoare
 f_p = frecventa purtatoare
 f_0 = frecventa de esantionare

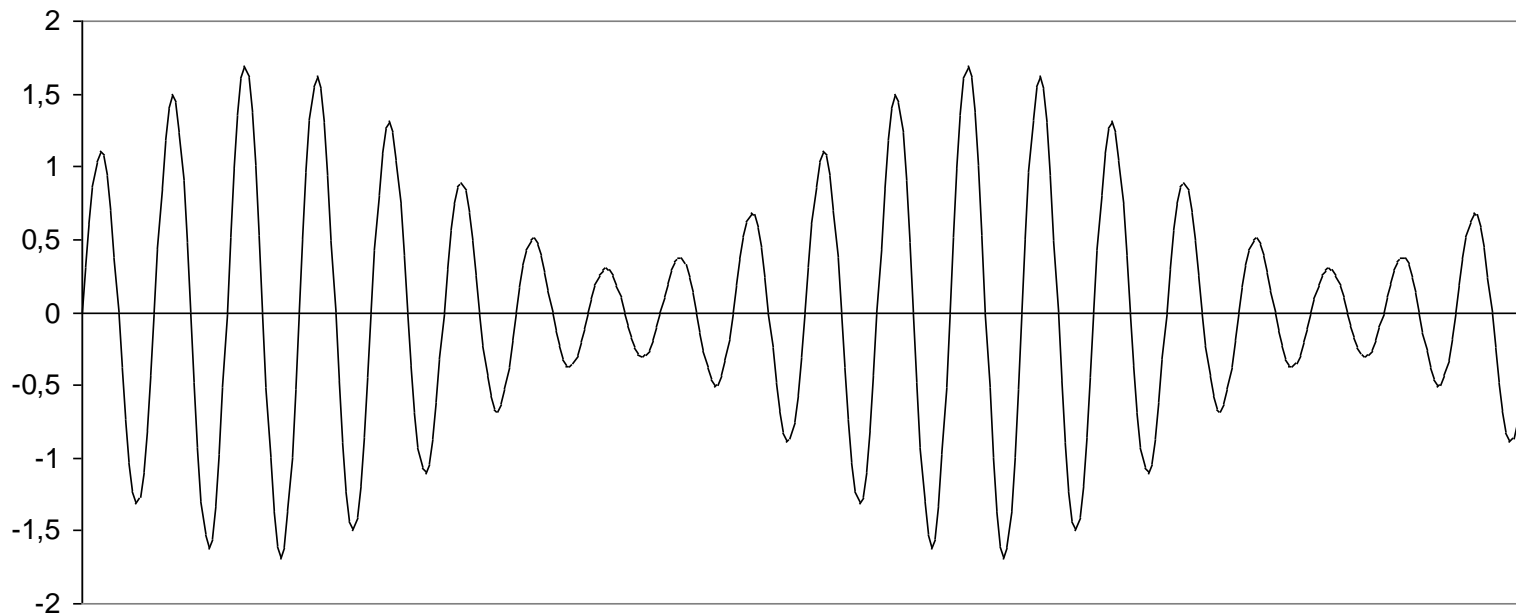


Figura 1.43

Semnale digitale uzuale

8. Semnal modulat in frecventa

$$s_f(n) = A \sin\left(2\pi \frac{f_p}{f_0} n + m \sin\left(2\pi \frac{f}{f_0} n\right)\right)$$

f = frecventa modulatoare

f_p = frecventa purtatoare

f_0 = frecventa de esantionare

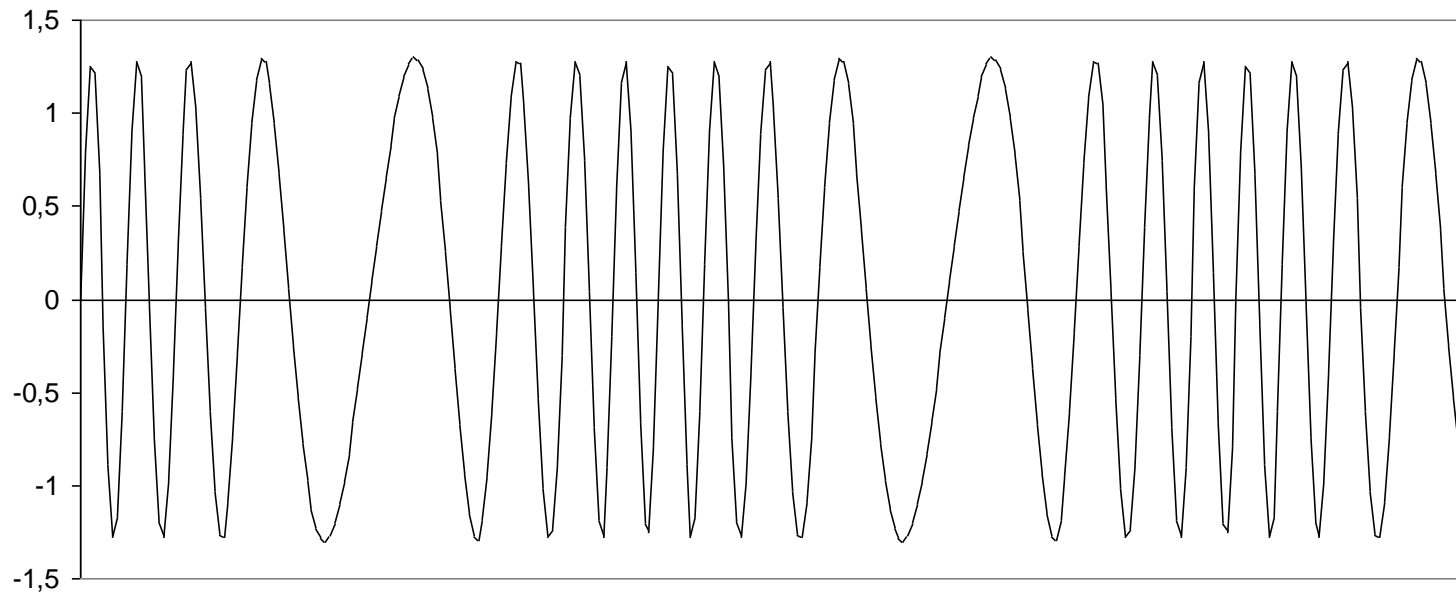
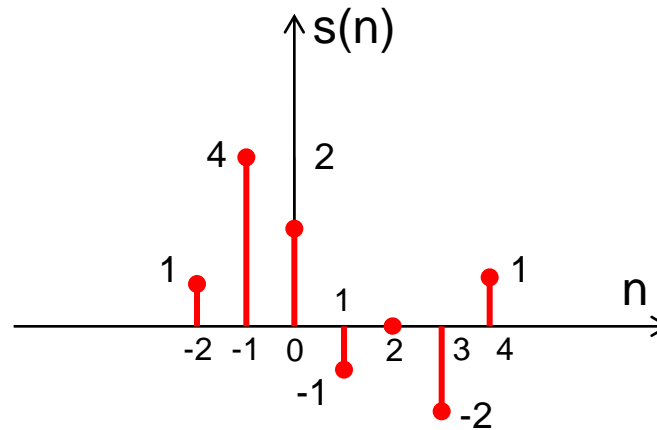


Figura 1.44

Exercitii

1. Sa se scrie matematic sub forma de impulsuri Dirac semnalul dat prin urmatoarea secventa grafica:



Exercitii

2. Fie semnalul analogic

$$s(t) = 2 \sin(400\pi t)$$

- a) Sa se determine secventa $s(n)$ obtinuta prin esantionarea semnalului $s(t)$ cu frecventa de esantionare $f_0 = 800$ Hz pe parcursul unei perioade.
- b) Aceeasi problema, cu $f_0 = 1200$ Hz.
- c) Aceeasi problema pentru semnalul $s(t) = 2 \sin\left(400\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ esantionat cu frecventa $f_0 = 600$ Hz .

3. Sa se determine semnalul discretizat obtinut prin esantionarea semnalului analogic:

$$s(t) = 4 \cos\left(600\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

cu frecventa de esantionare $f_0 = 1,8$ kHz pe parcursul unei perioade.

Exercitii

4. Fie semnalul analogic $s(t) = 4 \cos 1000\pi t$

Sa se determine secventa $s(n)$ obtinuta prin esantionarea semnalului $s(t)$ cu frecventa de esantionare $f_0 = 1000$ Hz pe parcursul a doua perioade.

5. Sa se determine frecventa de esantionare f_0 necesara pentru ca prin esantionarea semnalului:

$$s(t) = 2 \sin \left(2000\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$$

sa se obtina un numar de 20 esantioane pe parcursul a exact 5 perioade.

Sa se determine secventa corespunzatoare unei perioade.

Exercitii

6. Sa se determine secventa obtinuta prin esantionarea semnalului analogic:

$$s(t) = 200 \cdot t^2 - 1$$

cu frecventa de esantionare $f_0 = 10$ Hz, pe interval de 500 ms.

7. Sa se determine secventa obtinuta prin esantionarea semnalului analogic:

$$s(t) = 2^{\frac{t}{5}}$$

cu frecventa de esantionare $f_0 = 0,2$ Hz, pe interval de 20 s.